



WEST BENGAL STATE UNIVERSITY
B.Sc. General PART-III Examinations, 2017

MATHEMATICS-GENERAL

PAPER-MTMG-IV

Time Allotted: 3 Hours

Full Marks: 100

The figures in the margin indicate full marks.
Candidates should answer in their own words
and adhere to the word limit as practicable.

প্রাস্তিক সীমার মধ্যস্থ সংখ্যাটি পূর্ণমান নির্দেশ করে।
পরীক্ষার্থীরা নিজের ভাষায় যথা সম্ভব শব্দসীমার মধ্যে
উত্তর করিবেন।

All symbols are of usual significance.

Answer any two groups from Group-A, Group-B, and Group-C.

বিভাগ-ক, খ, এবং গ-এর মধ্য থেকে যে-কোনো দুটি বিভাগের উত্তর দিন।

Group-A
(Full Marks-50)

বিভাগ-ক
(পূর্ণমান-৫০)

Elements of Computer Science and programming

Answer any five questions from the following.

নিম্নলিখিত যে-কোনো পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দিন।

1. (a) State the Huntington Postulates which define a Boolean Algebra (B, +, ·, ', 0, 1) Prove that for any two elements a and b of a Boolean Algebra $(a + b)' = a' \cdot b'$. 2+3

Huntington Postulates বিবৃত করুন যেটি একটি বুলীয় বীজগণিত (B, +, ·, ', 0, 1) কে সংজ্ঞাত করে। প্রমাণ করুন যে, কোন বুলীয় বীজগণিতের যে-কোন দুটি উপাদান a এবং b-এর জন্য $(a + b)' = a' \cdot b'$ ।

- (b) Express the following Boolean expression Disjunctive normal form in the variables x, y, z : $(x + y + z)(xz + x'y)'$. 5

নিম্নলিখিত বুলীয় অপেক্ষকটিকে বৈকল্পিক স্বভাবী আকারে প্রকাশ করুনঃ

$$(x + y + z)(xz + x'y)'$$

2. (a) What do you understand by positional number system? Why are binary numbers used in computer design? Convert the following two decimal numbers x and y to their binary equivalents and obtain the value of $(x - y)$ in binary arithmetic : $x = (114)_{10}$ and $y = (97)_{10}$. 5

অবস্থান ভিত্তিক রাশি পদ্ধতি বলতে কি বোঝেন? কম্পিউটার পরিকল্পনায় দ্বিনিধানী রাশি ব্যবহার করা হয় কেন? নিম্নলিখিত দুটি দশমিক সংখ্যা x এবং y কে তাদের দ্বিনিধানী সমতুল সংখ্যায় পরিণত করুন এবং $(x - y)$ এর মান দ্বিনিধানী পদ্ধতিতে নির্ণয় করুনঃ

$$x = (114)_{10} \text{ এবং } y = (97)_{10}.$$

- (b) Construct the switching table for the switching function f represented by the Boolean expression $x + y[z + x'(y' + z')]$. 5

$x + y[z + x'(y' + z')]$ সুইচিং অপেক্ষকটির সুইচিং সারণী গঠন করুন।

3. (a) Draw a circuit using only NOR gates that represents the Boolean function: $f(x, y, z) = x + yz$. 5

কেবলমাত্র NOR-দ্বার ব্যবহার করে $f(x, y, z) = x + yz$ বুলীয় অপেক্ষকটির সুইচিং বর্তনী অঙ্কন করুন।

- (b) Convert the binary number (1101001.1110011) to the octal and the hexadecimal systems. Obtain the binary equivalent of the numbers $(7.375)_{10}$ and $(.859375)_{10}$ and find their sum in binary number. 1

(1101001.1110011) এই দ্বিনিধানী সংখ্যাটিকে অষ্টকী এবং ষোড়শাঙ্গী রূপে পরিবর্তিত করুন। $(7.375)_{10}$ এবং $(.859375)_{10}$ সংখ্যা দুটিকে এবং তাদের যোগফলকে দ্বিনিধানী আকারে লিখুন।

5

4. (a) Design a switching circuit connecting two wall switches and a light bulb in such a way that the bulb can be controlled independently by either of the switches. 5

দুটি দেওয়াল সুইচ এবং একটি বাস্তুর একটি সুইচিং বর্তনী পরিকল্পনা করুন যাতে বাস্ত্বটিকে স্বাধীনভাবে যে-কোন সুইচ দ্বারা নিয়ন্ত্রন করা যায়।

5

- (b) What is meant by different generations of computers and how they differ in usage? 5

বিভিন্ন প্রজন্মের computers বলতে কি বোঝেন এবং ব্যবহারের দিক থেকে তাদের পার্থক্য কি লিখুন।

5. (a) Write the following expressions in FORTRAN 77/90: 2

(i) $|\tan x| + e^{\frac{-x^2}{2a^3}}$ (ii) $\frac{\sqrt{a} + \log b}{c + d \sinh x}$.

5

নিম্নলিখিত রাশিগুলিকে FORTRAN 77/90 -এ-লিখুনঃ

(i) $|\tan x| + e^{\frac{-x^2}{2a^3}}$ (ii) $\frac{\sqrt{a} + \log b}{c + d \sinh x}$.

- (b) Point out the errors (if any) in the following FORTRAN programme segment: 3

5

```
READ (*, 100) Y, Z, L
100 FORMAT (X, F3.5, 2X, F10.6, 3X, F10.6)
A= Y * Z + L
WRITE(*, *)A
END
STOP
```

1+

1

নিম্নের FORTRAN program-এর অংশটির error উল্লেখ করুনঃ

```
READ (*, 100) Y, Z, L
100 FORMAT (X, F3.5, 2X, F10.6, 3X, F10.6)
A= Y * Z + L
WRITE(*, *)A
END
STOP.
```

(c) Draw a flowchart to find the roots of the equation $ax^2 + bx + c = 0$.

5

$ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের বীজ নির্ণয়ের জন্য Flowchart টি অঙ্কন করুন।

6. (a) Write FORTRAN 77/90 subprogram for defining $f(x)$ by using

5

IF-THEN-ELSE-ENDIF statements:

$$\begin{aligned} f(x) &= \log x + e^x, \text{ for } x > 1 \\ &= 3 + \sin x, \text{ for } -1 < x \leq 1 \\ &= 0, \text{ elsewhere.} \end{aligned}$$

IF-THEN-ELSE-ENDIF ব্যবহার করে নিম্নের অপেক্ষকটির জন্য FORTRAN 77/90 subprogram টি লিখুন।

$$\begin{aligned} f(x) &= \log x + e^x, \text{ for } x > 1 \\ &= 3 + \sin x, \text{ for } -1 < x \leq 1 \\ &= 0, \text{ elsewhere} \end{aligned}$$

(b) Write a FORTRAN 77/90 program to find the L.C.M. of two given positive integers A and B using subroutine.

5

দুটি প্রদত্ত ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা A এবং B -এর L.C.M. নির্ণয়ের জন্য FORTRAN 77/90 program টি লিখুন এবং subroutine ব্যবহার করুন।

7. (a) If $\cos x$ is defined by the following series:

5

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots$$

Design an algorithm to evaluate the above series up to $n (= n_0)$ given terms for a given value $x = x_0$.

নিম্নলিখিত অসীম শ্রেণীটির দ্বারা $\cos x$ সংজ্ঞাতঃ

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots$$

$n (= n_0)$ পর্যন্ত প্রদত্ত পদের জন্য একটি প্রদত্ত মান $x = x_0$ তে উক্ত শ্রেণীটির মান নির্ণয়ের জন্য একটি অ্যালগোরিদম তৈরি করুন।

- 5 (b) Write short notes on any two: (i) Pascal (ii) ASCII code (iii) C⁺⁺. 5
সংক্ষিপ্ত টীকা লিখুন যে-কোন দুটিঃ (i) Pascal (ii) ASCII code (iii) C⁺⁺.
- 5 8. (a) Write an efficient FORTRAN 77/90 program to find the sum 5
$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + N^2.$$

 $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + N^2$ -এর মান নির্ণয়ের জন্য FORTRAN 77/90-এ একটি program লিখুন।
- (b) Explain the use of DIMENSION statement in FORTRAN 77/90. Write a 5
program-segment in FORTRAN 77/90 to print a matrix $A = (a_{ij})_{3 \times 4}$.
FORTRAN 77/90 ভাষায় DIMENSION-এর ব্যবহার ব্যাখ্যা করুন। ঐ ভাষায় একটি প্রোগ্রাম অংশ তৈরি করুন যার সাহায্যে $A = (a_{ij})_{3 \times 4}$ এই ম্যাট্রিক্সটি লেখা যাবে।
- 5 9. (a) Write a BASIC program to compute and print first 50 terms of the Fibonacci 5
sequence {1, 1, 2, 3, 5, 8,}.
Fibonacci শ্রেণী {1, 1, 2, 3, 5, 8,}-এর প্রথম 50 টি পদ নির্ণয় ও তাদের ছাপার জন্য একটি BASIC প্রোগ্রাম লিখুন।
- (b) Write a programme in BASIC to find the H.C.F. and L.C.M. of two given 5
positive integers X and Y .
দুটি প্রদত্ত ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা X এবং Y -এর গ.সা.গু. এবং ল.সা.গু. বের করার জন্য BASIC-এ একটি প্রোগ্রাম লিখুন।

Group-B
(Full Marks-50)
বিভাগ-খ
(পূর্ণমান-৫০)

Answer Question No. 10 and any four from the rest.

10+(4×10)

১০ নং প্রশ্ন এবং অবশিষ্টাংশের থেকে যে-কোনো চারটি প্রশ্নের উত্তর দিন।

10. Answer any five questions from the following:

2×5 = 10

নিম্নলিখিত যে-কোনো পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দিনঃ

(a) Find the limit function of the sequence of functions

$$f_n(x) = \frac{nx}{1+n^2x^2}, x \in R$$

$$f_n(x) = \frac{nx}{1+n^2x^2}, x \in R \text{ এই অনুক্রমটির সীমা অপেক্ষক নির্ণয় করুন।}$$

11.(

(b) Show that the series $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{n+n^2x^2}$ is uniformly convergent in $(-\infty, \infty)$.

দেখান যে $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{n+n^2x^2}$ শ্রেণীটি $(-\infty, \infty)$ অন্তরালে সমাভিসারী হইবে।

(c) Find the radius of convergence of the power series

$$x + \frac{(2!)^2}{4!}x^2 + \frac{(3!)^2}{6!}x^3 + \dots$$

$$x + \frac{(2!)^2}{4!}x^2 + \frac{(3!)^2}{6!}x^3 + \dots \text{ এই ঘাত শ্রেণীটির অভিসরণ ব্যাসার্ধ নির্ণয় করুন।}$$

(d) Solve : $(D^3 - 5D^2 + 7D - 3)y = 0$.

সমাধান করুন: $(D^3 - 5D^2 + 7D - 3)y = 0$.

(e) Find the particular integral y_p by the method of undetermined coefficient.

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + 2y = 4e^x \sin x.$$

অনির্ণীত সহগ পদ্ধতিতে বিশেষ সমাকল y_p নির্ণয় করুনঃ

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + 2y = 4e^x \sin x.$$

(f) Find the Laplace transform of the function $f(t) = 2t^3 + 5e^{2t} + 6 \cos 3t$.

$f(t) = 2t^3 + 5e^{2t} + 6 \cos 3t$ এই অপেক্ষকটির ল্যাপলাস রূপান্তর নির্ণয় করুন।

(g) Find the inverse Laplace transform L^{-1} for $f(p) = \frac{2s+5}{s^2+25}$.

বিপরীত ল্যাপলাস রূপান্তর নির্ণয় করুন। যেখানে $f(p) = \frac{2s+5}{s^2+25}$.

-(4×10)

(h) If $f(x) = f(-x)$ for all $x \in [-\pi, \pi]$ show that the Fourier coefficients $b_n = 0$ for all $n = 1, 2, 3, \dots$

যদি $[-\pi, \pi]$ অন্তরালে x -এর সকল মানের জন্য $f(x) = f(-x)$ হয় তবে দেখান যে ফুরিয়ার সহগ $b_n = 0$, $n = 1, 2, 3, \dots$

×5 = 10

11.(a) State Weierstrass M-test for Uniform convergence of a sequence of functions $\{f_n(x)\}$ defined in $[a, b]$. Using this test show that the sequence

2+3

$\left\{ \frac{x}{1+nx^2} \right\}$ converges uniformly for all $x \in [0, 1]$.

বদ্ধ অন্তরাল $[a, b]$ তে সংজ্ঞাত অপেক্ষকের অনুক্রম $\{f_n(x)\}$ -এর সমভাবে অভিসারিত্বের Weierstrass পরীক্ষাটি বিবৃত করুন। এই পরীক্ষা প্রয়োগের দ্বারা দেখান যে

$\left\{ \frac{x}{1+nx^2} \right\}$ অনুক্রমটি $[0, 1]$ অন্তরালে সমভাবে অভিসারী।

(b) Show that the series $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{n^3}$ converges uniformly to a function $f(x)$ for all

$x \in \mathbb{R}$ and then show that $f'(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{n^2}$.

দেখান যে $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{n^3}$ এই শ্রেণীটি x এর সকল মানের জন্য $f(x)$ অপেক্ষকটিতে সমভাবে

অভিসারী এবং দেখান যে $f'(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{n^2}$.

- 12.(a) Show that the series $x^4 + \frac{x^4}{1+x^4} + \frac{x^4}{(1+x^4)^2} + \dots$ converges in $[0, 1]$ but the convergence is not uniform in $[0, 1]$.

দেখান যে $x^4 + \frac{x^4}{1+x^4} + \frac{x^4}{(1+x^4)^2} + \dots$ শ্রেণীটি $[0, 1]$ অন্তরালে অভিসারী কিন্তু সমভাবে অভিসারী নয়।

- (b) Assuming the power series expansion for $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ as

$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = 1 + \frac{x^2}{2} + \frac{1.3}{2.4}x^4 + \frac{1.3.5}{2.4.6}x^6 + \dots$, $|x| < 1$, obtain the power series expansion for $\sin^{-1}x$. Deduce that $1 + \frac{1}{2.3} + \frac{1.3}{2.4.5} + \frac{1.3.5}{2.4.6.7} + \dots = \frac{\pi}{2}$.

ধরে নিন $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = 1 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1.3}{2.4}x^4 + \frac{1.3.5}{2.4.6}x^6 + \dots$, $|x| < 1$; একটি ঘাত শ্রেণী। এর থেকে $\sin^{-1}x$ অপেক্ষকটির ঘাত শ্রেণী নির্ণয় করুন এবং এর সাহায্যে দেখান যে $1 + \frac{1}{2.3} + \frac{1.3}{2.4.5} + \frac{1.3.5}{2.4.6.7} + \dots = \frac{\pi}{2}$.

- 13.(a) Find the Fourier series expansion of the function f defined by

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0 \\ x^2, & 0 \leq x < \pi \end{cases}$$

Hence deduce that $\frac{\pi^2}{6} = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots$

নিম্নলিখিত অপেক্ষকটিকে ফুরিয়ার শ্রেণীতে বিস্তৃত করুনঃ

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0 \\ x^2, & 0 \leq x < \pi \end{cases}$$

এর থেকে দেখান যে $\frac{\pi^2}{6} = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots$

- 5 (b) Find the Fourier series of the function $f(x) = \begin{cases} -k, & -\pi \leq x < 0 \\ k, & 0 \leq x < \pi \end{cases}$ 5
in $[-\pi, \pi]$.

$[-\pi, \pi]$ অন্তরালে নিম্নলিখিত অপেক্ষকটিকে ফুরিয়ার শ্রেণীতে বিস্তৃত করুন।

$$f(x) = \begin{cases} -k, & -\pi \leq x < 0 \\ k, & 0 \leq x < \pi \end{cases}$$

- 3+2 14.(a) Solve the equation: $(D^3 - 1)y = x \sin x$, where $D \equiv \frac{d}{dx}$. 5

সমাধান করুন: $(D^3 - 1)y = x \sin x$, যেখানে $D \equiv \frac{d}{dx}$.

- (b) Solve by the method of variation of parameters: $\frac{d^2 y}{dx^2} + 4y = 4 \tan 2x$. 5

প্রচলন-ভেদ পদ্ধতিতে সমাধান করুন: $\frac{d^2 y}{dx^2} + 4y = 4 \tan 2x$.

- 15.(a) Using the method of undetermined coefficients, solve: 5

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - 3 \frac{dy}{dx} + 2y = x e^{2x} + \sin x.$$

- 4+1 (অনির্ণীত সহগ পদ্ধতিতে সমাধান করুন: $\frac{d^2 y}{dx^2} - 3 \frac{dy}{dx} + 2y = x e^{2x} + \sin x$. 5

- (b) Solve eigenvalues and eigen functions for the differential equation: 5

$\frac{d^2 y}{dx^2} + \lambda y = 0, (\lambda > 0)$ satisfying the boundary conditions $y(0) = 0,$

$$y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0.$$

$\frac{d^2 y}{dx^2} + \lambda y = 0, (\lambda > 0)$ অবকল সমীকরণের আইগেন মানসমূহ ও আইগেন অপেক্ষকগুলি

নির্ণয় করুন। যেখানে সীমাকর্ত হল $y(0) = 0, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$.

16.(a) Solve: $\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} + 2x + y = 0$

$$\frac{dy}{dt} + 5x + 3y = 0.$$

সমাধান করুন: $\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} + 2x + y = 0$

$$\frac{dy}{dt} + 5x + 3y = 0.$$

(b) Solve the partial differential equation by Lagrange's method:

$$z^2 - pz + qz + (x + y)^2 = 0.$$

নিম্নের আংশিক অবকল সমীকরণটি Lagrange-এর পদ্ধতিতে সমাধান করুন:

$$z^2 - pz + qz + (x + y)^2 = 0.$$

17.(a) Suppose $L(f(t)) = F(s)$ exists for $s > b$, then for $a \in R$, prove that

$$L^{-1}(F(s - a)) = e^{at} f(t) = e^{at} L^{-1}(F(s)) \text{ for } s > a + b.$$

Use this to find $L^{-1}\left(\frac{3}{s^2 + 4s + 9}\right)$.

যদি $s > b$ এর জন্য $L(f(t)) = F(s)$ হয়, তবে দেখান যে

$$L^{-1}(F(s - a)) = e^{at} f(t) = e^{at} L^{-1}(F(s))$$

যেখানে $s > a + b$ এর সাহায্যে $L^{-1}\left(\frac{3}{s^2 + 4s + 9}\right)$ এর মান বার করুন।

(b) Solve the equation using Laplace transform:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} - 3\frac{dy}{dt} + 2y = 4e^{2t}, \text{ given that } y(0) = -3, y'(0) = 5.$$

ল্যাপলাস রূপান্তর ব্যবহার করে নিম্নে প্রদত্ত সমীকরণটির সমাধান করুন:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} - 3\frac{dy}{dt} + 2y = 4e^{2t}, \text{ যেখানে } y(0) = -3, y'(0) = 5.$$

5

Group-C
(Full Marks-50)
বিভাগ-গ
(পূর্ণমান-৫০)

Answer Question No. 18 and any *four* from the rest.

প্রশ্ন নং ১৮ এবং অবশিষ্টাংশের থেকে যে-কোনো চারটি প্রশ্নের উত্তর দিন।

5 18. Answer any *five* questions from the following: 2×5 = 10

নিম্নলিখিত যে-কোনো পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দিনঃ

(a) If a, b are positive integers such that $\gcd(a, b) = 1$, then show that $\gcd(a + b, a - b) = 1$ or 2 .

যদি a, b এমন দুটি পূর্ণসংখ্যা হয় যে গ.সা.গু. $(a, b) = 1$ তাহলে দেখান যে

5 গ.সা.গু. $(a + b, a - b) = 1$ অথবা 2 .

(b) Find all prime divisors of $40!$.

$40!$ সংখ্যাটির সকল মৌলিক উৎপাদকগুলি নির্ণয় করুন।

(c) Show that $x^2 - x + 11$ is prime for all integers x with $0 \leq x \leq 10$ and is composite for $x = 11$.

যদি x এমন একটি পূর্ণসংখ্যা হয় যে $0 \leq x \leq 10$ তাহলে দেখান যে $x^2 - x + 11$ একটি মৌলিক সংখ্যা, যদি $x = 11$ হয় তাহলে দেখান যে $x^2 - x + 11$ একটি যৌগিক সংখ্যা।

(d) Define Euler phi-function.

5 Euler এর ϕ অপেক্ষক-এর সংজ্ঞা দিন।

(e) State 'Fermats Little Theorem'.

'Fermat's এর Little উপপাদ্যটি' বিবৃত করুন।

(f) Define auxiliary equation of the recurrence relation.

আবৃত্ত সম্বন্ধের সহায়ক সমীকরণের সংজ্ঞা দিন।

(g) In a Boolean algebra $(B, +, \cdot, ')$ for all $a, b, c \in B$ if $b + a = c + a$ and $b + a' = c + a'$ then prove that $b = c$.

$(B, +, \cdot, ')$ একটি বুলীয় বীজগণিত হলে, B এর অন্তর্গত সমস্ত a, b, c এর জন্য যদি $b + a = c + a$ এবং $b + a' = c + a'$ হয়, তাহলে প্রমাণ করুন যে $b = c$.

(h) Find a closed form for the generating function for the following sequence :

$$\{0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, \dots\}.$$

$\{0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, \dots\}$ উপরিউক্ত অনুক্রমটির কারক অপেক্ষকের বদ্ধ আকার নির্ণয় করুন।

19. Answer any two questions from the following:

5×2 = 10

নিম্নলিখিত যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দিনঃ

(a) Prove that the following inequality by mathematical induction on n

5

$$2^{n+1} < 1 + (n+1)2^n, \text{ for all integers } n \geq 1.$$

n এর ওপর গাণিতিক আরোহ প্রয়োগ করে নিম্নলিখিত অসমতাটি প্রমাণ করুন $2^{n+1} < 1 + (n+1)2^n$ ($n \geq 1$ - যে-কোনো পূর্ণসংখ্যা n এর জন্য)।

(b) (i) Convert $(5554)_7$ from base 7 to decimal representation.

2+3

$(5554)_7$ সংখ্যাটির নিধান 7 কে পরিবর্তন করে দশমিক রূপায়ণ নির্ণয় করুন।

(ii) Convert $(1001101001)_2$ from binary to hexadecimal.

$(1001101001)_2$ সংখ্যাটিকে দ্বিনিধানী থেকে ষোড়ষাঙ্গীতে রূপান্তরিত করুন।

(c) Find the remainder when 10^{241} is divided by 7.

5

10^{241} সংখ্যাটিকে 7 দ্বারা ভাগ করে অবশিষ্ট সংখ্যাটি নির্ণয় করুন।

20. Answer any two questions from the following:

5×2 = 10

নিম্নলিখিত যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দিনঃ

(a) If a is a positive integer such that $\gcd(a, 429) = 1$, then prove that

5

$$a^{480} \equiv 1 \pmod{429}.$$

যদি a এমন একটি ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা হয় যার জন্য গ.সা.গু. $(a, 429) = 1$ হয়, তাহলে প্রমাণ করুন যে $a^{480} \equiv 1 \pmod{429}$ ।

(b) Is $(23AE5)_{16}$ is divisible by 3? Explain. 5
(23AE5)₁₆ কি 3 দ্বারা বিভাজ্য? ব্যাখ্যা দিন।

(c) Find the correct check digit for the following ISBN: 5

81 – 203 – 0871–.

81 – 203 – 0871– ISBN-টির জন্য শুদ্ধ যাচাই সংখ্যাটি নির্ণয় করুন।

21. Answer any two questions from the following: 5×2 = 10

5×2 = 10

নিম্নলিখিত যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দিনঃ

(a) Prove that there are infinite numbers of primes. 5

5

প্রমাণ করুন যে অসীম সংখ্যক মৌলিক সংখ্যা বর্তমান।

(b) Define a 'Boolean Algebra'. Give an example of a Boolean Algebra with two elements. 2+3

2+3

'বুলীয় অ্যালজেবরা'-র সংজ্ঞা দিন। দুই সদস্য বিশিষ্ট একটি 'বুলীয় অ্যালজেবরা'-র উদাহরণ দিন।

(c) A function f is defined by $f(x, y, z) = yz + y'z'$. Find DNF and CNF of $f(x, y, z)$. 5

5

$f(x, y, z) = yz + y'z'$ একটি অপেক্ষক $f(x, y, z)$ এর CNF এবং DNF নির্ণয় করুন।

22. Answer any two questions from the following: 5×2 = 10

5×2 = 10

নিম্নলিখিত যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দিনঃ

(a) Find the integer in the unit place of the number 2^{15} . 5

2^{15} সংখ্যাটির একক স্থানীয় পূর্ণসংখ্যাটি নির্ণয় করুন।

5

(b) Which of the following integers are divisible by 7 or 13? 5

(i) 890561 (ii) 90030012

890561 এবং 90030012 এই দুটি সংখ্যার মধ্যে কোনটি 7 অথবা 13 দ্বারা বিভাজ্য?

(c) Construct a logic circuit corresponding to the Boolean expression

5

$$xy' + y(x' + y).$$

বুলীয় রাশিমালা $xy' + y(x' + y)$ -এর যৌক্তিক বর্তনী গঠন করুন।

23. Answer any two questions from the following:

5×2 = 10

নিম্নলিখিত যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দিনঃ

(a) Express a_n as a function of n where a_n satisfies the relation:

5

$$a_n = 7a_{n-1} + 8, n \geq 1, a_0 = 12.$$

$$n^{\frac{40}{3}} - \frac{4}{3}$$

a_n কে n এর অপেক্ষক রূপে প্রকাশ করুন যেখানে $a_n = 7a_{n-1} + 8, n \geq 1, a_0 = 12.$

(b) For each of the following linear homogeneous difference equations of order two with constant coefficients find the auxiliary equation and its roots.

2.5+2.5

$$(i) a_n = a_{n-1} + 6a_{n-2} \quad (ii) a_n = 2a_{n-1} + 3a_{n-2}.$$

নিম্নলিখিত রৈখিক, সমঘাত, ধ্রুবসহগযুক্ত দ্বিতীয় ক্রমের অন্তর সমীকরণ দুটির সহায়ক সমীকরণ দুটি লিখুন এবং বীজগুলি নির্ণয় করুনঃ (i) $a_n = a_{n-1} + 6a_{n-2}$ (ii) $a_n = 2a_{n-1} + 3a_{n-2}$ ।

(c) Find a closed form for the generating function for each of the following sequences. (i) $\{0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, \dots\}$ (ii) $\{1, 1, 0, 1, 1, 1, \dots\}$.

2.5+2.5

নীচের দুটি অনুক্রমের জন্য কারক অপেক্ষক দুটির বদ্ধ আকার নির্ণয় করুনঃ

$$(i) \{0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, \dots\} \quad (ii) \{1, 1, 0, 1, 1, 1, \dots\}।$$

24. Answer any two questions from the following:

5×2 = 10

নিম্নলিখিত যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দিনঃ

(a) A certain integer between 1 and 1000 leaves the remainders 1, 2, 6 when divided by 9, 11, 13 respectively. Find the integer.

5

1 থেকে 1000 এর মধ্যে কোন একটি পূর্ণসংখ্যাকে পর্যায়ক্রমে 9, 11, 13 দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ হয় 1, 2, 6 পূর্ণসংখ্যাটি নির্ণয় করুন।

5 (b) Set up a Round-Robin tournament for 8 teams. 5

আটটি দল অংশগ্রহণ করবে এরূপ একটি Round-Robin প্রতিযোগিতার তালিকা গঠন করুন।

(c) Solve the set of congruences using Chinese remainder theorem. 5

$$x \equiv 1 \pmod{4}$$

$$x \equiv 3 \pmod{7}$$

$$x \equiv 5 \pmod{11}.$$

= 10

5

Chinese ভাগশেষ উপপাদ্যের সাহায্যে নিম্নলিখিত congruences গুলির সাধারণ সমাধান নির্ণয় করুন।

$$x \equiv 1 \pmod{4}$$

$$x \equiv 3 \pmod{7}$$

$$x \equiv 5 \pmod{11}.$$

+2.5

+2.5

= 10

5