West Bengal State University

B.A./B.Sc./B.Com (Honours, Major, General) Examinations, 2014

PART – I

MATHEMATICS — GENERAL

Paper – I

Duration : 3 Hours] [Full Marks : 100

Candidates are required to give their answers in their own words as far as practicable.
The figures in the margin indicate full marks.

GROUP - A

বিভাগ - ক

(Classical Algebra)

(ক্লাসিক্যাল বীজগণিত)

(Full Marks : 25)

(পূর্ণমান ঃ ২৫)

Answer Question No. **1** and any *two* from the rest.

১ নং প্রশ্ন ও অন্য যে কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন।

1. a) Answer any *one* question : $1 \times 2 = 2$

যে কোন **একটি** প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ

i) On the complex plane, let $P(z)$ be a variable point such that $|z + 3i| = 4$. Find the locus of P.

জটিল তলের উপর $P(z)$ এমন এক চলমান বিন্দু যাতে $|z + 3i| = 4$ হয় । P বিন্দুর সঞ্চারপথ নির্ণয় করুন।

ii) Show that $x^4 + x^3 - x^2 - 4$ is exactly divisible by $(x + 2)$.

দেখান যে $x^4 + x^3 - x^2 - 4$ রাশিটি $(x + 2)$ দ্বারা বিভাজ্য ।

iii) Show that the matrix $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ is orthogonal.

দেখান যে $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ ম্যাট্রিক্সটি একটি লম্ব ম্যাট্রিক্স ।

b) Answer any *one* question : $1 \times 3 = 3$

যে কোন **একটি** প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ

i) Solve the equation $4x^3 + 16x^2 - 9x - 36 = 0$, when the sum of two of its roots is zero.

$4x^3 + 16x^2 - 9x - 36 = 0$ সমীকরণটি সমাধান করুন, যেখানে সমীকরণটির দুটি বীজের সমষ্টি শূন্য ।

ii) If $A + I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ -1 & 1 & 3 \\ -2 & -3 & 1 \end{bmatrix}$, evaluate $(A + I_3)(A - I_3)$, where

$I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

যদি $A + I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ -1 & 1 & 3 \\ -2 & -3 & 1 \end{bmatrix}$ হয়, তবে $(A + I_3)(A - I_3)$-এর মান নির্ণয় করুন,

যেখানে $I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

iii) Solve the equation : $\begin{vmatrix} x+a & b & c \\ c & x+b & a \\ a & b & x+c \end{vmatrix} = 0$

সমীকরণটি সমাধান করুন : $\begin{vmatrix} x+a & b & c \\ c & x+b & a \\ a & b & x+c \end{vmatrix} = 0$

2. a) If $x + \frac{1}{x} = 2\cos\theta$, then prove that $x^n + \frac{1}{x^n} = 2\cos n\theta$. 5

যদি $x + \frac{1}{x} = 2\cos\theta$ হয়, তবে দেখান যে $x^n + \frac{1}{x^n} = 2\cos n\theta$.

b) Prove that $\sin\left(i \log \frac{a - ib}{a + ib} \right) = \frac{2ab}{a^2 + b^2}$ (a, b are real). 5

প্রমাণ করুন যে, $\sin\left(i \log \frac{a - ib}{a + ib} \right) = \frac{2ab}{a^2 + b^2}$ (a, b বাস্তব সংখ্যা) ।

3. a) If α, β, γ be the roots of the equation $x^3 + 2x^2 - 5x - 6 = 0$, find the equation whose roots are $\alpha(\beta + \gamma)$, $\beta(\gamma + \alpha)$ and $\gamma(\alpha + \beta)$. 5

যদি $x^3 + 2x^2 - 5x - 6 = 0$ সমীকরণটির বীজ α, β, γ হয়, তবে যে সমীকরণের বীজ $\alpha(\beta + \gamma)$, $\beta(\gamma + \alpha)$ এবং $\gamma(\alpha + \beta)$ তা নির্ণয় করুন।

b) Solve the cubic equation $x^3 - 15x - 126 = 0$ by Cardan's method. 5

$x^3 - 15x - 126 = 0$ ত্রিঘাত সমীকরণটি কার্ডান পদ্ধতিতে সমাধান করুন।

4. a) Prove that $\begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix} = -\left(a^3 + b^3 + c^3 - 3abc\right)$. 5

প্রমাণ করুন যে, $\begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix} = -\left(a^3 + b^3 + c^3 - 3abc\right)$

b) Solve by Cramer's Rule : 5

$$3x + 2y + 4z = 19,\ 2x - y + z = 3,\ 6x + 7y - z = 17.$$

Cramer-এর নিয়মে সমাধান করুন ঃ

$$3x + 2y + 4z = 19,\ 2x - y + z = 3,\ 6x + 7y - z = 17.$$

5. a) If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, show that $A^2 - 4A - 5I_3 = 0$, then obtain A^{-1}.

[0 null matrix]. 5

যদি $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ হয়, তবে দেখান যে $A^2 - 4A - 5I_3 = 0$। অতঃপর A^{-1} নির্ণয় করুন । [0 শূন্য ম্যাট্রিক্স]

b) Find the inverse of the matrix $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & -1 & -1 \end{bmatrix}$ and using it solve the following system of equations :

$x + y + 2z = 4,\ 2x - y + 3z = 9,\ 3x - y - z = 2.$ 5

$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & -1 & -1 \end{bmatrix}$ ম্যাট্রিক্সটির বিপরীত ম্যাট্রিক্স নির্ণয় করুন এবং এর সাহায্যে নিম্নলিখিত সমীকরণগুলির সমাধান করুন ঃ

$x + y + 2z = 4,\ 2x - y + 3z = 9,\ 3x - y - z = 2.$

GROUP - B

বিভাগ - খ

(Full Marks : 15)

(পূর্ণমান ঃ ১৫)

Answer Question No. **6** and any *one* from the rest.

৬ নং প্রশ্ন ও অন্য যে কোন একটি প্রশ্নের উত্তর দিন।

6. Answer any *one* question : $1 \times 3 = 3$

যে কোন একটি প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ

a) Find the new origin on the x-axis so that the equation $y = mx + c$ reduces to the form $lx + my = 0$.

x-অক্ষের উপর নূতন মূলবিন্দু নির্ণয় করুন যাতে $y = mx + c$ সমীকরণটি $lx + my = 0$ সমীকরণের আকার নেয় ।

b) Find the angle between the pair of straight lines $x^2 + 5xy + 6y^2 = 0$.

$x^2 + 5xy + 6y^2 = 0$ সরলরেখাদ্বয়ের অন্তর্গত কোণটি নির্ণয় করুন।

c) Find the rectangular Cartesian co-ordinates of the point whose polar co-ordinates are $\left(2, \frac{7}{6}\pi\right)$.

যে বিন্দুর মেরু স্থানাঙ্ক $\left(2, \frac{7}{6}\pi\right)$, তার কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক নির্ণয় করুন।

7. a) Reduce the equation $x^2 - 6xy + y^2 - 4x - 4y + 12 = 0$ into its canonical form and identify the conic. 5 + 1

$x^2 - 6xy + y^2 - 4x - 4y + 12 = 0$ সমীকরণটিকে আদর্শ আকারে পরিণত করুন এবং সেটি কি প্রকৃতির কণিক তা সূচিত করুন।

b) If $\frac{l}{r} = A\cos\theta + B\sin\theta$ touches the conic $\frac{l}{r} = 1 + e\cos\theta$, then show that $(A - e)^2 + B^2 = 1$. 6

যদি $\frac{l}{r} = A\cos\theta + B\sin\theta$ সরলরেখা $\frac{l}{r} = 1 + e\cos\theta$ কণিকটিকে স্পর্শ করে, তবে দেখান যে, $(A - e)^2 + B^2 = 1$.

8. a) For what values of λ, the equation $x^2 + \lambda xy - 2y^2 + 3y - 1 = 0$ represents a pair of straight lines ? 2

$x^2 + \lambda xy - 2y^2 + 3y - 1 = 0$ সমীকরণটিতে λ-এর মান কত হলে, এটি একটি সরলরেখাদ্বয়ের সমীকরণকে সূচিত করবে তা নির্ণয় করুন।

b) If the pair of straight lines $x^2 - 2pxy - y^2 = 0$ and $x^2 - 2qxy - y^2 = 0$ be such that each pair bisects the angles between the other pair, prove that $pq + 1 = 0$. 4

যদি $x^2 - 2pxy - y^2 = 0$ এবং $x^2 - 2qxy - y^2 = 0$ সরলরেখা জোড়াগুলি এমন হয় যে প্রতিটি জোড়া অপরটির অন্তর্গত কোণদ্বয়ের সমদ্বিখণ্ডক, তবে দেখান যে $pq + 1 = 0$.

c) Show that the locus of the poles of the tangents to the parabola $y^2 = 4bx$ with respect to the parabola $y^2 = 4ax$ is the parabola $y^2 = \frac{4a^2}{b}x$. 6

দেখান যে $y^2 = 4ax$ অধিবৃত্তের সাপেক্ষে, $y^2 = 4bx$ অধিবৃত্তের স্পর্শকগুলির পোলের সঞ্চারপথটিও একটি অধিবৃত্ত, যার সমীকরণ $y^2 = \frac{4a^2}{b}x$.

GROUP - C

বিভাগ - গ

(Full Marks : 15)

(পূর্ণমান ঃ ১৫)

9. Answer any *one* question : $1 \times 3 = 3$

যে কোন **একটি** প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ

a) Show that the vectors $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k}$ and $\vec{c} = 3\hat{i} - 4\hat{j} - 4\hat{k}$ where $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ are unit vectors parallel to co-ordinate axes, form the sides of a right angled triangle.

দেখান যে $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k}$ এবং $\vec{c} = 3\hat{i} - 4\hat{j} - 4\hat{k}$ ভেক্টর তিনটি একটি সমকোণী ত্রিভুজের বাহুগুলিকে চিহ্নিত করে, যেখানে $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ পরস্পর লম্ব অক্ষ তিনটির সমান্তরাল একক ভেক্টর ।

b) Find the angle between the two vectors $2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ and $6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$.

$2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ এবং $6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ ভেক্টর দুটির অন্তর্ভুক্ত কোণের মান নির্ণয় করুন।

c) Find the work done by the force $\vec{F} = -2\hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k}$ whose point of application is given a displacement from the point A (2, − 1, − 2) to the point B (− 1, − 2, 3).

A (2, − 1, − 2) বিন্দুটিকে B (− 1, − 2, 3) বিন্দু পর্যন্ত নিয়ে যেতে $\vec{F} = -2\hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k}$ বলটির দ্বারা কৃতকার্য নির্ণয় করুন।

10. Answer any *three* questions : $3 \times 4 = 12$

যে কোন তিনটি প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ

a) Prove that the points $-2\hat{i}+3\hat{j}+5\hat{k}$, $\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}$ and $7\hat{i}-\hat{k}$ are collinear.

দেখান যে $-2\hat{i}+3\hat{j}+5\hat{k}$, $\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}$ এবং $7\hat{i}-\hat{k}$ বিন্দুগুলি সমরেখ ।

b) If D, E, F be the mid-points of the sides BC, CA and AB respectively of the triangle ABC, then show that $\vec{AD}+\vec{BE}+\vec{CF}=\vec{0}$.

D, E, F যদি যথাক্রমে ABC ত্রিভুজের তিনটি বাহু BC, CA এবং AB-এর মধ্যবিন্দু হয়, তবে দেখান যে $\vec{AD}+\vec{BE}+\vec{CF}=\vec{0}$.

c) If $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$, prove that $\vec{a}\times\vec{b}=\vec{b}\times\vec{c}=\vec{c}\times\vec{a}$.

যদি $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$ হয়, তবে দেখান যে $\vec{a}\times\vec{b}=\vec{b}\times\vec{c}=\vec{c}\times\vec{a}$.

d) Prove that $\left(\vec{\alpha}\times\vec{\beta}\right).\left(\vec{\gamma}\times\vec{\delta}\right)=\left(\vec{\alpha}.\vec{\gamma}\right)\left(\vec{\beta}.\vec{\delta}\right)-\left(\vec{\alpha}.\vec{\delta}\right)\left(\vec{\beta}.\vec{\gamma}\right)$.

প্রমাণ করুন যে $\left(\vec{\alpha}\times\vec{\beta}\right).\left(\vec{\gamma}\times\vec{\delta}\right)=\left(\vec{\alpha}.\vec{\gamma}\right)\left(\vec{\beta}.\vec{\delta}\right)-\left(\vec{\alpha}.\vec{\delta}\right)\left(\vec{\beta}.\vec{\gamma}\right)$

e) A force $\vec{F}=(2,2,9)$ is applied at the point $P(4, 2, -3)$. Find the value and the direction cosines of the moment of this force about the point $Q(2, 4, 9)$.

$\vec{F}=(2,2,9)$ বলটি $P(4, 2, -3)$ বিন্দুতে প্রয়োগ করা হল । $Q(2, 4, 9)$ বিন্দুর সাপেক্ষে বলটির ভ্রামকের মান এবং direction cosine গুলি নির্ণয় করুন।

GROUP - D

বিভাগ - ঘ

(Full Marks : 25)

(পূর্ণমান ঃ ২৫)

Answer Question No. **11** and any *two* from the rest.

১১ নং প্রশ্ন ও অন্য যে কোন **দুটি** প্রশ্নের উত্তর দিন।

11. a) Answer any *one* question : $1 \times 2 = 2$

যে কোন **একটি** প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ

i) Let $f : [0, 1] \to \mathbb{R}$ be continuous on $[0, 1]$ and let f assumes only rational values. If $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$, prove that $f(x) = \frac{1}{2} \ \forall\, x \in [0, 1]$.

মনে করুন $f : [0, 1] \to \mathbb{R}$ অপেক্ষকটি $[0, 1]$ অন্তরালে সন্তত, এবং f-এর মান কেবলমাত্র মূলদ সংখ্যাই হতে পারে। যদি $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$ হয়, তবে প্রমাণ করুন যে

$f(x) = \frac{1}{2} \ \forall\, x \in [0, 1]$.

ii) Find the radius of curvature of the curve $xy = 12$ at $(3, 4)$.

$xy = 12$ বক্রের $(3, 4)$ বিন্দুতে বক্রতা ব্যাসার্ধ নির্ণয় করুন।

iii) Find $\lim\limits_{x \to 1-} (1 - x)^{\cos\left(\frac{\pi x}{2}\right)}$.

$\lim\limits_{x \to 1-} (1 - x)^{\cos\left(\frac{\pi x}{2}\right)}$-এর মান নির্ণয় করুন।

b) Answer any *one* question : $1 \times 3 = 3$

যে কোন **একটি** প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ

i) If $H = f(y-z,\ z-x,\ x-y)$, prove that $\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial z} = 0$.

যদি $H = f(y-z,\ z-x,\ x-y)$ হয়, প্রমাণ করুন যে $\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial z} = 0$.

ii) Find $\lim_{(x,\,y) \to (0,\,0)} f(x, y)$, where $f(x, y) = xy\frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$ for $(x, y) \neq (0, 0)$.

$f(x, y) = xy\frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$ [$(x, y) \neq (0, 0)$ -এর জন্য] হলে

$\lim_{(x,\,y) \to (0,\,0)} f(x, y)$ নির্ণয় করুন ।

iii) Find the maximum & minimum values of the function

$f(x) = 1 + 2\sin x + 3\cos^2 x \left(0 \le x \le \frac{\pi}{2}\right)$.

$f(x) = 1 + 2\sin x + 3\cos^2 x \left(0 \le x \le \frac{\pi}{2}\right)$ অপেক্ষকটির চরম ও অবম মান নির্ণয় করুন।

12. a) State and prove Cauchy's mean value theorem. 5

Cauchy-এর মধ্যম মান উপপাদ্যটি বিবৃত করুন ও প্রমাণ করুন।

b) Find pedal equation of the asteroid $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$. 5

$x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ অ্যাস্টেরয়েডটির পাদসমীকরণ নির্ণয় করুন।

13. a) If $u = \log r$ and $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$, prove that

$$r^2\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) = 1.$$ 5

যদি $u = \log r$ এবং $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ হয়, তবে দেখান যে

$$r^2\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) = 1$$

b) Find the domain of the function $f(x) = \log_{2x-5}\left(x^2 - 3x - 10\right)$. 2

$f(x) = \log_{2x-5}\left(x^2 - 3x - 10\right)$ অপেক্ষকটির প্রসার নির্ণয় করুন।

c) Find $\lim\limits_{x \to 0}\left(\frac{1 + \tan x}{1 + \sin x}\right)^{\frac{1}{\sin x}}$. 3

$\lim\limits_{x \to 0}\left(\frac{1 + \tan x}{1 + \sin x}\right)^{\frac{1}{\sin x}}$ এর মান নির্ণয় করুন।

14. a) If $H(x, y)$ be homogeneous function of x and y, of degree n having continuous first order partial derivatives and $u(x, y) = \left(x^2 + y^2\right)^{-n/2}$,

show that

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(H\frac{\partial u}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(H\frac{\partial u}{\partial y}\right)=0. \qquad 5$$

যদি $H(x, y)$, x ও y-এর একটি n মাত্রার সমঘাতী অপেক্ষক হয় এবং প্রথম আংশিক অন্তরকলজদ্বয় সংজ্ঞার অঞ্চলে সন্তত হয় এবং $u(x, y) = \left(x^2 + y^2\right)^{-n/2}$ হয়, তাহলে দেখান যে $\frac{\partial}{\partial x}\left(H\frac{\partial u}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(H\frac{\partial u}{\partial y}\right)=0.$

b) If $y=\frac{\sin^{-1}x}{\sqrt{1-x^2}}, |x|<1$ show that

i) $\left(1-x^2\right)y_2 - 3xy_1 - y = 0$

ii) $\left(1-x^2\right)y_{n+2} - (2n+3)xy_{n+1} - (n+1)^2 = 0.$ $2+3$

যদি $y=\frac{\sin^{-1}x}{\sqrt{1-x^2}}, |x|<1$ হয়, তবে দেখান যে

i) $\left(1-x^2\right)y_2 - 3xy_1 - y = 0$

ii) $\left(1-x^2\right)y_{n+2} - (2n+3)xy_{n+1} - (n+1)^2 = 0.$

15. a) Show that at any point of curve $by^2 = (x + a)^3$, the subnormal varies as the square of the subtangent. 5

দেখান যে $by^2 = (x + a)^3$ বক্ররেখাটির যে কোন বিন্দুতে উপঅভিলম্ব উপস্পর্শকের বর্গের সাথে সরল ভেদে থাকে।

b) If $f(x, y) = xy$, when $|x| \geq |y|$

$= -xy$, when $|x| < |y|$

show that $f_{xy}(0, 0) \neq f_{yx}(0, 0)$. Which conditions of Schwarz's theorem are not satisfied by f? 5

$f(x, y) = xy$, যখন $|x| \geq |y|$

$= -xy$, যখন $|x| < |y|$

হলে দেখান যে, $f_{xy}(0, 0) \neq f_{yx}(0, 0)$। Schwarz উপপাদ্যের কোন্ কোন্ শর্ত f সিদ্ধ করে না ?

GROUP - E

বিভাগ - ঙ

(Full Marks : 10)

(পূর্ণমান ঃ ১০)

16. Answer any *one* question : $1 \times 2 = 2$

যে কোন **একটি** প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ

a) Evaluate : $\int_0^{2\pi} |\sin x| \, dx$.

মান নির্ণয় করুন ঃ $\int_0^{2\pi} |\sin x| \, dx$

b) If a function $f(x)$ is periodic with period T, then prove that

$$\int_a^b f(x)\,dx = \int_{a+nT}^{b+nT} f(x)\,dx, \; n \text{ is an integer.}$$

যদি $f(x)$, T পর্যায়কাল বিশিষ্ট একটি পর্যাবৃত্ত অপেক্ষক হয় তবে প্রমাণ করুন যে

$$\int_a^b f(x)\,dx = \int_{a+nT}^{b+nT} f(x)\,dx, \; n \text{ একটি পূর্ণসংখ্যা ।}$$

c) Evaluate : $\int \frac{e^x\,dx}{5 - 4e^x - e^{2x}}$.

মান নির্ণয় করুন ঃ $\int \frac{e^x\,dx}{5 - 4e^x - e^{2x}}$

17. Answer any *two* questions : $2 \times 4 = 8$

যে কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ

a) If $I_n = \int_0^{\pi/2} x^n \sin x\,dx \; (n \geq 1)$, then show that

$I_n + n(n-1) I_{n-2} = n\left(\frac{\pi}{2}\right)^{n-1}$. Hence show that

$$\int_0^{\pi/2} x^4 \sin x\,dx = \frac{\pi^3}{2} - 12\pi + 24.$$

যদি $I_n = \int_0^{\pi/2} x^n \sin x \, dx \; (n \geq 1)$ হয়, তবে দেখান যে

$I_n + n(n-1) I_{n-2} = n\left(\frac{\pi}{2}\right)^{n-1}$ অতঃপর দেখান যে

$$\int_0^{\pi/2} x^4 \sin x \, dx = \frac{\pi^3}{2} - 12\pi + 24 .$$

b) Find the value of $\lim_{n \to \infty} \left\{\left(1+\frac{1}{n}\right)\left(1+\frac{2}{n}\right)\cdots\left(1+\frac{n}{n}\right)\right\}^{1/n}$

মান নির্ণয় করুন ঃ $\lim_{n \to \infty} \left\{\left(1+\frac{1}{n}\right)\left(1+\frac{2}{n}\right)\cdots\left(1+\frac{n}{n}\right)\right\}^{1/n}$

c) Evaluate : $\int \frac{\sin x \, dx}{\sqrt{1+\sin x}}$

মান নির্ণয় করুন ঃ $\int \frac{\sin x \, dx}{\sqrt{1+\sin x}}$

d) Evaluate : $\int \frac{dx}{\sqrt{\left(2x^2 - 5x + 6\right)^3}}$.

মান নির্ণয় করুন ঃ $\int \frac{dx}{\sqrt{\left(2x^2 - 5x + 6\right)^3}}$

GROUP - F

বিভাগ - চ

(Full Marks : 10)

(পূর্ণমান : ১০)

18. Answer any *one* question : $1 \times 2 = 2$

যে কোন একটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

a) Find the differential equation of the curve $e^{y-x} = \lambda(y + x)$, λ being a parameter.

$e^{y-x} = \lambda(y + x)$, ($\lambda \rightarrow$ parameter) বক্রের অবকল সমীকরণ নির্ণয় করুন।

b) Show that the curve for which the normal at every point passes through the origin is circle.

দেখান যে, যে বক্রের প্রতিটি বিন্দুতে অঙ্কিত অভিলম্ব মূলবিন্দুগামী তা একটি বৃত্ত ।

c) Solve : $\{xy \cos(xy) + \sin(xy)\}dx + x^2 \cos(xy)\,dy = 0$.

সমাধান করুন : $\{xy \cos(xy) + \sin(xy)\}dx + x^2 \cos(xy)\,dy = 0$

19. Answer any *two* questions : $2 \times 4 = 8$

যে কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

a) Solve : $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} \log y = \frac{y}{x^2}(\log y)^2$.

সমাধান করুন : $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} \log y = \frac{y}{x^2}(\log y)^2$

b) Find the general and the singular solution of

$$y = px + \sqrt{a^2p^2 + b^2} \; ; \; p \equiv \frac{dy}{dx}$$

সাধারণ ও singular সমাধান নির্ণয় করুন ঃ

$$y = px + \sqrt{a^2p^2 + b^2} \; ; \; p \equiv \frac{dy}{dx}$$

c) Solve : $x \cos\left(\frac{y}{x}\right)(y\,dx + x\,dy) = y \sin\left(\frac{y}{x}\right)(x\,dy - y\,dx)$.

সমাধান করুন ঃ $x \cos\left(\frac{y}{x}\right)(y\,dx + x\,dy) = y \sin\left(\frac{y}{x}\right)(x\,dy - y\,dx)$

d) Solve : $\cos y\,dx + \left(1 + e^{-x}\right)\sin y\,dy$, when $x = 0$, $y = \frac{\pi}{4}$.

সমাধান করুন ঃ $\cos y\,dx + \left(1 + e^{-x}\right)\sin y\,dy$, যখন $x = 0$, $y = \frac{\pi}{4}$.