

West Bengal State University
B.A./B.Sc./B.Com. (Honours, Major, General) Examinations, 2014

PART - II
MATHEMATICS — GENERAL

Paper - III

Duration : 3 Hours]

[Full Marks : 100

The figures in the margin indicate full marks.

প্রাপ্তস্ব সংখ্যাগুলি পূর্ণমানের দ্যোতক।

Answer Group A and B compulsorily and any one group from group C, D and E.

বিভাগ ক ও খ বাধ্যতামূলক এবং গ, ঘ ও ঙ-এর মধ্যে থেকে যে কোনো একটি বিভাগের উত্তর দিন।

GROUP - A

বিভাগ - ক

Full Marks : 20

(পূর্ণমান : ২০)

Answer Question No. 1 and any *two* from the rest.

১ নং প্রশ্ন এবং অন্য যে কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন।

1. Answer any *two* of the following questions : 2 × 2 = 4

যে-কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

a) Write down approximate representation of $\frac{2}{7}$ correct up to four significant digits. Find the percentage error.

$\frac{2}{7}$ কে চারটি সার্থক অঙ্ক পর্যন্ত আসন্ন মানে প্রকাশ করুন। সেটির শতকরা ত্রুটি নির্ণয় করুন।

b) Show that $\Delta \left({}^x C_{r+1} \right) = {}^x C_r$, the interval of spacing being 1.

দেখান যে $\Delta \left({}^x C_{r+1} \right) = {}^x C_r$, অন্তরালের দৈর্ঘ্য হল 1.

- c) Find $\int_0^2 (x^2 + 3) dx$ using Simpson's $\frac{1}{3}$ rule, taking two sub-intervals.

সিম্পসনের $\frac{1}{3}$ নিয়ম ব্যবহার করে, দু'টি অন্তরাল নিয়ে $\int_0^2 (x^2 + 3) dx$ -এর মান নির্ণয় করুন।

- d) Find an interval in which a real root of the equation $x^3 - 2x + 3 = 0$ lies.
একটি অন্তরাল নির্ণয় করুন যার মধ্যে $x^3 - 2x + 3 = 0$ সমীকরণের একটি বাস্তব বীজ আছে।

- a) Using Lagrange's interpolation formula express $\frac{x^2 - 3x + 4}{(x-1)(x-2)(x-4)}$ as the sum of partial fractions.

Lagrange -এর অন্ত:মান সূত্রের সহায়ে $\frac{x^2 - 3x + 4}{(x-1)(x-2)(x-4)}$ কে অংশিক ভগ্নাংশের

যোগফল রূপে প্রকাশ করুন।

- b) Show that $\Delta^3 y_1 = y_4 - 3y_3 + 3y_2 - y_1$ 6 + 2

দেখান যে $\Delta^3 y_1 = y_4 - 3y_3 + 3y_2 - y_1$

- a) Using suitable interpolation formula find (i) $f(0.5)$ (ii) $f(4.5)$ from the following table.

উপযুক্ত অন্ত:মান সূত্রের সাহায্যে নিম্নলিখিত টেবিল হতে (i) $f(0.5)$ (ii) $f(4.5)$ এর মান নির্ণয় করুন।

x	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	1	4	9	16	25	36

- b) Prove that ∇ is a Linear operator. 6 + 2

প্রমাণ করুন যে ∇ হল একটি রৈখিক প্রকারক (operator)।

- a) Evaluate $\int_0^1 (1 + 2x - 3x^2) dx$ taking 11 subintervals by Trapezoidal rule, correct up to 4 decimal places.

Trapezoidal সূত্রের সহায়ে, 11 টি উপ-অন্তরাল নিয়ে $\int_0^1 (1 + 2x - 3x^2) dx$ -এর মান

নির্ণয় করুন, 4 দশমিক স্থান পর্যন্ত সঠিক করুন।

- b) If $\Delta f(x) = x$, find $f(x)$. 5 + 3

যদি $\Delta f(x) = x$ হয় তবে $f(x)$ -এর মান নির্ণয় করুন।

5. a) Use the method of bisection to find the real root of the equation $x^3 - 3x - 5 = 0$. correct up to 2 significant figures.

Write down the advantage and disadvantages of the method.

সমদ্বিখণ্ডন পদ্ধতির সাহায্যে $x^3 - 3x - 5 = 0$ সমীকরণটির দুই সার্থক সংখ্যা পর্যন্ত সঠিক মান নির্ণয় করুন।

এই পদ্ধতির সুবিধা ও অসুবিধাগুলি লিখুন।

- b) Using Newton-Raphson method find the cube root of 10 correct up to three decimal places. 5 + 3

Newton-Raphson -এর পদ্ধতিতে তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত 10 এর ঘনমূল নির্ণয় করুন।

GROUP - B

বিভাগ - খ

Full Marks : 40

(পূর্ণমান : ৪০)

Answer Question No. 6 and any *two* from the rest.

৬ নং প্রশ্ন এবং অন্য যে কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন।

6. Answer any *four* of the following questions : 4 × 2 = 8

যে-কোন চারটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

- a) Examine if the vectors $(1, 2, -3)$, $(2, -3, 1)$ and $(-3, 1, 2)$ are linearly independent or not.

$(1, 2, -3)$, $(2, -3, 1)$ এবং $(-3, 1, 2)$ ভেক্টর গোষ্ঠী রৈখিকভাবে স্বাধীন বা নির্ভরশীল কিনা দেখান।

- b) Find graphically the feasible space given by the LPP :

লেখচিত্রের সাহায্যে নিম্নে প্রদত্ত LPP -এর কার্যকর দেশ নির্দেশ করুন :

$$\text{Maximize } Z = 2x_1 + x_2$$

$$\text{subject to } x_1 \leq 2$$

$$x_2 \leq 3$$

$$x_1 + x_2 \geq 1 \quad ; \quad x_1, x_2 \geq 0.$$

- c) Find the basic feasible solution of the of following system of equations :

নিম্নোক্ত সমীকরণদ্বয়ের একটি মৌল কার্যকর সমাধান নির্ণয় করুন :

$$x_1 + x_2 + x_3 = 5; \quad 2x_1 + 2x_2 + x_3 = 7.$$

- d) Write down the dual of the following LPP :

নিম্নোক্ত LPP টির দ্বৈত সমস্যাটি লিখুন :

$$\text{Max } Z = 2x_1 + 3x_2 \quad \text{subject to } x_1 + 2x_2 \leq 3; \quad x_1 + x_2 \leq 5; \quad x_1, x_2 \geq 0.$$

- e) Determine an initial B.F.S (Basic Feasible Solution) of the following Transportation problem by North-West Corner Rule :

North-West Corner Rule প্রয়োগ করে নিম্নলিখিত পরিবহন সমস্যাটির একটি কার্যকর সমাধান নির্ণয় করুন :

	D_1	D_2	D_3	D_4	a_i
O_1	4	6	9	5	16
O_2	2	6	4	1	12
O_3	5	7	2	9	15
b_j	12	14	9	8	

- f) Write down the following problem in standard form by introducing slack and surplus variables and identify them :

নিম্নলিখিত সমস্যাটিকে Stack ও Surplus চলের সাহায্যে স্বাভাবিক আকারে প্রকাশ করুন

এবং Slack ও Surplus চলগুলি চিহ্নিত করুন :

$$\text{Maximize } Z = 5x_1 + 8x_2$$

$$\text{subject to } 3x_1 + 7x_2 \leq 18$$

$$-4x_1 + 6x_2 \geq 15; \quad x_1, x_2 \geq 0.$$

- g) Find in which half space of the hyperplane $2x_1 + 3x_2 + 4x_3 - x_4 = 6$, the points $(4, -3, 2, 1)$ and $(1, 2, -3, 1)$ lie.

$(4, -3, 2, 1)$ এবং $(1, 2, -3, 1)$ বিন্দুদ্বয় $2x_1 + 3x_2 + 4x_3 - x_4 = 6$ পরাসমতলের কোন অর্ধদেশে আছে তা নির্ণয় করুন।

7. a) A factory produces two products A and B with the help of machines M_1 , M_2 and M_3 . The production time of one unit of A on the three machines are 2 hours, 1 hour and 1 hour respectively and for one unit of B are 3 hours, 1 hour and 3 hours respectively. Machines M_1 , M_2 and M_3 can run 300 hours, 300 hours and 240 hours respectively in a month. Formulate the LPP if the profit of the products A and B are Rs. 2.00 and Rs. 3.00 per unit respectively. 8

একটি কারখানায় দুটি বস্তু A এবং B -এর উৎপাদন হয় তিনটি যন্ত্র M_1 , M_2 ও M_3 -এর সাহায্যে। 1 একক A প্রস্তুত করতে তিনটি যন্ত্র সময় নেয় যথাক্রমে 2 ঘন্টা, 1 ঘন্টা এবং 1 ঘন্টা এবং 1 একক B প্রস্তুত করতে সময় নেয় যথাক্রমে 3 ঘন্টা, 1 ঘন্টা এবং 3 ঘন্টা। M_1 , M_2 ও M_3 যন্ত্র তিনটি মাসে যথাক্রমে 300 ঘন্টা, 300 ঘন্টা এবং 240 ঘন্টা চলতে পারে। যদি প্রতি একক A ও B বিক্রি করে লাভ হয় যথাক্রমে 2 টাকা ও 3 টাকা, তবে উপরোক্ত সমস্যাটির LPP আকৃতি দিন।

- b) Solve the following LPP graphically :

লেখচিত্রের সাহায্যে নিম্নলিখিত LPP টির সমাধান করুন :

$$\text{Maximize } Z = -2x_1 + 3x_2$$

$$\text{subject to } 2x_1 + 5x_2 \leq 40$$

$$x_1 + x_2 \leq 11$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 4.$$

8

8. a) Solve the following LPP by simplex method :

Simplex পদ্ধতিতে নিম্নলিখিত LPP টির সমাধান করুন :

$$\text{Maximize } Z = 4x_1 - 2x_2 - x_3$$

$$\text{subject to } x_1 + x_2 + x_3 \leq 3$$

$$2x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 4$$

$$x_1 - x_2 \leq 0; x_1, x_2, x_3 \geq 0.$$

8

b) Solve the following Transportation problem :

নিম্নলিখিত পরিবহন সমস্যাটি সমাধান করুন :

	D_1	D_2	D_3	D_4	a_i		
Factory	O_1	21	16	25	13	11	Production
	O_2	17	18	14	23	13	
	O_3	32	27	18	41	19	
	b_j	6	10	12	15		

8

a) Solve by Charnes' Big M method :

Charnes' Big M পদ্ধতিতে সমাধান করুন :

$$\text{Maximize } Z = 3x_1 + 2x_2$$

$$\text{subject to } x_1 + x_2 \geq 1$$

$$2x_1 + x_2 \leq 4$$

$$5x_1 + 8x_2 \leq 15; x_1, x_2 \geq 0.$$

8

b) A company has four machines on which to do four jobs. Each job can be assigned to one and only one machine. The cost of each job on each machine is given in the following table :

কোন কোম্পানি চারটি যন্ত্রের সাহায্যে চারটি কাজ করতে চায় এবং একটি কাজের জন্য কেবলমাত্র একটি যন্ত্র বরাদ্দ করতে চায়। কোন কাজকে কোন যন্ত্রে বরাদ্দ করার খরচ নিম্ন তালিকায় প্রদত্ত :

		Machines / যন্ত্র			
Jobs কাজ		42	35	28	21
		30	25	20	15
		30	25	20	15
		24	20	16	12

Find the optimal assignment and also the minimum cost.

8

এক্ষেত্রে চরম বরাদ্দ এবং সর্বনিম্ন খরচটি নির্ণয় করুন।

10. a) Find the dual of the following LPP :

নিম্নলিখিত LPP টির দ্বৈত সমস্যাটি লিখুন।

$$\text{Minimize } Z = x_1 + x_2 + x_3$$

$$\text{subject to } x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 5$$

$$x_1 - 2x_2 \leq 3$$

$$2x_2 - x_3 \geq 4$$

$$x_1, x_2 \geq 0, x_3 \text{ is unrestricted in sign.}$$

8

- b) The set of all feasible solutions of an LPP is a convex set. Prove it.

8

একটি LPP -র সকল কার্যকর সমাধানের সেট একটি উত্তল সেট প্রমাণ করুন।

GROUP - C

বিভাগ - গ

Full Marks : 40

(পূর্ণমান : ৪০)

Answer Question No. 11 and any *two* from the rest.

১১ নং প্রশ্ন এবং অন্য যে কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন।

11. Answer any *four* of the following questions :

4 × 2 = 8

যে-কোন চারটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

- a) A particle moves in a straight line and its velocity v at distance x from the origin is given by $v^2 = 2 - x - x^2$. Show that the motion is simple harmonic.

সরলরেখায় গতিশীল কোন কণার যে কোন মুহূর্তে গতিবেগ- v ও মূলবিন্দু থেকে দূরত্ব x -এর সম্পর্ক $v^2 = 2 - x - x^2$ দ্বারা প্রদত্ত। দেখান যে কণাটির গতি সরল দোলন গতি সম্পন্ন।

- b) If the radial velocity is proportional to the transverse velocity, find the path in polar coordinates.

একটি গতিশীল কণার অরীয় বেগ, লম্ব-অরীয় বেগের সমানুপাতি হলে কণাটির গতিপথের মেরু সমীকরণটি নির্ণয় করুন।

- c) What is the work done by gravity on a stone of mass 80 gms during the 8th second of its fall ?

80 গ্রাম ভরের কোন বস্তু কোন স্থান থেকে পড়তে থাকলে অষ্টম সেকেন্ডে অভিকর্ষজ বল দ্বারা কৃতকার্য কত হবে ?

- d) State the principle of conservation of energy.

শক্তির নিত্যতা সূত্রটি বিবৃত করুন।

- e) Prove that for a particle moving in a central orbit the angular momentum about the centre is constant.

প্রমাণ করুন যে, কেন্দ্রীয় কক্ষপথে গতিশীল কণার কেন্দ্র সাপেক্ষে কৌণিক ভরবেগ ধ্রুবক।

- f) A shot of mass 40 kg leaves a gun with a velocity of 1000 cm/s. If the velocity of recoil is 10cm/s, find the mass of the gun.

40 কি.গ্রা. ভরের একটি গুলি কোন বন্দুক থেকে 1000 সেমি/সেকেন্ডে গতিবেগে ছুটল। যদি recoil গতিবেগ 10 সেমি/সেকেন্ডে হয় তবে বন্দুকের ভর কত ?

- g) Radius of Earth is $\lambda^2 g$ where g is the acceleration due to gravity. Show that velocity of Earth's satellite moving in a circular orbit will be λg , whose radius is approximately equal to the Earth's radius.

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ হল $\lambda^2 g$, যেখানে g হল পৃথিবীর অভিকর্ষজ ত্বরণ। দেখান যে বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণায়মান পৃথিবীর উপগ্রহের গতিবেগ হবে λg , যার ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের প্রায় সমান।

12. a) A particle moves in a straight line under the action of an attractive force $\mu x^{-5/3}$ when at a distance x from the centre of force O . If it starts from rest at a distance a from O , then show that it will arrive at O in time $2a^{4/3} / \sqrt{3\mu}$. 8

বলকেন্দ্র O থেকে x দূরত্বে $\mu x^{-5/3}$ আকর্ষক বলের অধীনে একটি কণা সরলরেখায় গতিশীল। যদি O বিন্দু থেকে a দূরত্বে থেকে কণাটি স্থিরাবস্থা থেকে যাত্রা শুরু করে তবে দেখান যে কণাটি $2a^{4/3} / \sqrt{3\mu}$ সময়ে O বিন্দুতে পৌঁছাবে।

GROUP - D

বিভাগ - ঘ

Full Marks : 40

(পূর্ণমান : ৪০)

Answer Question No. 16 and any two from the rest.

১৬ নং প্রশ্ন এবং অন্য যে কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন।

16. Answer any four of the following questions :

4 × 2 = 8

যে-কোন চারটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

a) A coin is tossed and a die is thrown simultaneously. Write down the event space. Find the probability of tail and prime.

একটি মুদ্রা এবং একটি ছক্কে একই সঙ্গে ছোঁড়া হল। Event space টি লিখুন। Tail এবং মৌলিক হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় করুন।

b) If A and B are two independent events then prove that A and \bar{B} are also independent.

যদি A এবং B দুটি নিরপেক্ষ ঘটনা হয় তাহলে প্রমাণ করুন যে A এবং \bar{B} ও নিরপেক্ষ হবে।

c) Define random variable. When is it called discrete ?

সমসম্ভব চল এর সংজ্ঞা দিন। কখন একে সতন্ত্র বলে ?

d) X is a discrete random variable having the following probability mass function :

$x :$	0	1	2	3	4	5	6
$P(X = x) :$	0	k	$2k$	$3k$	$4k$	$5k$	$6k$

Determine the constant k . Also find $P(X < 4)$.

X একটি সতন্ত্র সম্ভাব্য চল যার নিম্নে probability mass function দেওয়া হল :

$x :$	0	1	2	3	4	5	6
$P(X = x) :$	0	k	$2k$	$3k$	$4k$	$5k$	$6k$

ধ্রুবক k -এর মান নির্ণয় করুন এবং $P(X < 4)$ -এর মান নির্ণয় করুন।

- e) Find the median of the following data :
3, 9, 2, 8, 7, 1, 1, 4, 5, 9, 6, 2, 6, 7, 8, 4, 6.
নিম্নের তথ্য থেকে মধ্যক -এর মান নির্ণয় করুন :
3, 9, 2, 8, 7, 1, 1, 4, 5, 9, 6, 2, 6, 7, 8, 4, 6.
- f) Calculate the coefficient of variance for the sample { 2, 5, 8 }.
{ 2, 5, 8 } এই নমুনার জন্য ভেদাঙ্কের মান গণনা করুন।
- g) Given that $x = 3y + 2$ and $y = kx + 3$ are the regression lines of x on y and y on x respectively. What will be the value of k if $r = 0.9$?
দেওয়া আছে যে, $x = 3y + 2$ এবং $y = kx + 3$ হল যথাক্রমে x -এর y -এর উপর এবং y -এর x -এর উপর নির্ভরণ রেখা। যদি $r = 0.9$ হয় তাহলে k এর মান কত হবে।
17. a) An urn contains 6 red and 4 black balls. Two balls are drawn at random. Find the probability of -
- both the balls drawn are red.
 - one ball is red and another ball is black
 - both of them are of same colour
 - at least one red. 8
- একটি পাত্রে মध्ये 6 টি লাল এবং 4 টি কালো বল রয়েছে। দুটি বল সমসম্ভাব্যভাবে নেওয়া হল। নিম্নলিখিত ঘটনাগুলির সম্ভাবনা বের করুন।
- দুটি বলই লাল ii) একটি বল লাল এবং অন্যটি কালো
 - দুটি বলই একই রং এর iv) কমপক্ষে একটি বল লাল।
- b) i) If X is a random variable having normal (m, σ) distribution, find the distribution of $Y = \frac{X - m}{\sigma}$.
- ii) Find the mean and median of the distribution given by the probability density function $f(x) = kx(1 - x)$, $0 \leq x \leq 1$, where k is a constant to be calculated. 4 + 4

- i) যদি X সম্ভাবনা চলটি Normal (m, σ) নিবেশন অনুসরণ করে তাহলে $Y = \frac{X - m}{\sigma}$ -এর নিবেশনটি নির্ণয় করুন।
- ii) একটি নিবেশনের সম্ভাবনা ঘনত্ব অপেক্ষক দেওয়া আছে $f(x) = kx(1 - x)$, $0 \leq x \leq 1$ । এটির গড় ও মধ্যক নির্ণয় করুন, যেখানে k একটি ধ্রুবক নির্ণয় করে নিতে হবে।

18. a) An incomplete frequency distribution is given as follows.
Given that the median value is 56. Determine missing frequencies. 8

একটি অসম্পূর্ণ পরিসংখ্যা বিভাজন নিম্নে দেওয়া আছে।

দেওয়া আছে যে মধ্যক হল 56। অজানা পরিসংখ্যাগুলি নির্ণয় করুন।

Class interval	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	Total
frequency	14	28	?	65	?	27	16	229

- b) i) Find the mean and standard deviation of the first n natural numbers.

প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার গড় ও সম্যক বিচ্যুতি নির্ণয় করুন।

- ii) Find the mode of the following frequency distribution. 4 + 4

নিচের পরিসংখ্যা বিভাজনের সংখ্যাগরিষ্ঠ মান নির্ণয় করুন।

Marks	10 - 19	20 - 29	30 - 39	40 - 49	50 - 59	60 - 69
Frequency	8	11	15	17	17	7

19. a) Prove that the correlation coefficient between two variables lies between -1 and 1. 8

প্রমাণ করুন যে দুটি চলের মধ্যে অনুবন্ধ সহগ -1 এবং 1 এর মধ্যে অবস্থিত।

- b) A sample $\{ 2.3, -0.2, -0.4, -0.9 \}$ is taken from a normal population with variance 9. Find a 95% confidence interval for the population mean. [Given $P(U > 1.960) = 0.025$, $U \sim N(0, 1)$] 8

9 ভেদ মান বিশিষ্ট একটি Normal সমগ্রক হতে একটি নমুনা $\{ 2.3, -0.2, -0.4, -0.9 \}$ নেওয়া হল। ঐ সমগ্রকের গড়ের 95% আস্থা-অন্তর নির্ণয় করুন।

[প্রদত্ত $P(U > 1.960) = 0.025$, $U \sim N(0, 1)$]

20. a) Determine the trend using 4-year moving average method from the following data.

নিম্নের তথ্য শ্রেণীর ক্ষেত্রে 4 বর্ষীয় গতিশীল গড় পদ্ধতিতে গতিধারা (trend) নির্ণয় করুন :

Year (বংসর)	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Yearly sale (বাৎসরিক বিক্রয়) (Rs : in Lakhs)	20	22	23	25	24	26	29	32

8

- b) Prepare consumer price index number from the following data for 1998 and 1999 taking 1997 as base year. It is given that weight of four groups are 4, 3, 2 and 1 respectively.

8

নিচের তথ্যের সাহায্যে 1998 এবং 1999 সালের 1997 সালের সাপেক্ষে ক্রেতা দর সূচক নির্ণয় করুন। দেওয়া আছে চারটি বিভাগের ওজন যথাক্রমে 4, 3, 2 এবং 1.

Group	Price in Rupees		
	1997	1998	1999
A	30.00	34.00	31.00
B	11.25	11.50	11.00
C	15.00	18.00	18.00
D	12.00	12.25	12.50

GROUP - E

বিভাগ - ঙ

Full Marks : 40

(পূর্ণমান : ৪০)

Answer question No. 21 and any two from the rest.

২১ নং প্রশ্ন এবং অন্য যে কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন।

21. Answer any four of the following questions :

4 × 2 = 8

যে-কোন চারটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

- a) Solve (সমাধান করুন) : $x_n - 2x_{n-1} + x_{n-2} = 0$.

- b) Test for an extremals of the following functional.

নিচের functional টির extremal আছে কিনা পরীক্ষা করুন।

$$V[y(x)] = \int_0^1 (xy + y^2 - 2y^2 y') dx, y(0) = 1, y(1) = 2.$$

- c) Evaluate (মান নির্ণয় করুন) : $\frac{1}{\Delta^2 - 3\Delta + 2} x^2$.

- d) Examine whether the following is a linear functional :

নিম্ন লিখিত functional টি রৈখিক কিনা পরীক্ষা করুন :

$$V[y(u)] = \int_1^2 \frac{\sqrt{1+(y')^2}}{x} dx; y(1) = 0, y(2) = 1.$$

- e) Show that $\Delta^2 \log x = \log \left(1 - \frac{1}{(x+1)^2} \right)$, taking difference interval 1.

দেখান যে $\Delta^2 \log x = \log \left(1 - \frac{1}{(x+1)^2} \right)$, অন্তরালের দূরত্ব 1 ধরুন।

- f) Examine if the curve $y(x) = \frac{\sin nx}{n^2}$, where n is sufficiently large and $y_1(x) = 0$ in $[0, \pi]$ are close in the sense of 1st order proximity or not.

বক্ররেখা $y(x) = \frac{\sin nx}{n^2}$ যেখানে n যথেষ্ট বৃহৎ এবং $y_1(x) = 0$, $[0, \pi]$ তে এরূপ

বক্ররেখা দুটি প্রথম ঘাত proximity অর্থে সন্নিহিত কিনা পরীক্ষা করুন।

- g) Show that দেখান যে $\Delta \left(\frac{u_n}{v_n} \right) = \frac{v_n \Delta u_n - u_n \Delta v_n}{v_n v_{n+1}}$

22. a) Solve : (সমাধান করুন) :

$$y_{k+2} - 6y_{k+1} + 8y_k = 3k^2 - 2 - 5 \cdot 3. \quad 8$$

- b) Find the extremal of the isoparametric problem :

নিচের isoparametric সমস্যাটির extremal নির্ণয় করুন।

$$v[y(x)] = \int_0^1 (y'^2 + x^2) dx. \text{ Given } \int_0^1 y^2 dx = 2.$$

$$y(0) = 0, y(1) = 0. \quad 8$$

a) Find the extremal of the following functional :

$$\int_0^{\pi/2} (y'^2 - y^2 + 2xy) dx \text{ with } y(0) = 0, \text{ and } y(\pi/2) = 0. \quad 6$$

b) Solve : (সমাধান করুন) : $u_{n+2} + u_{n+1} + u_n = x^2 + x + 1$ 5

c) Show that : (দেখান যে) : $\Delta^{-1} \sin ax = \frac{-\cos\left(ax - \frac{a}{2}\right)}{2 \sin \frac{a}{2}}$. 5

a) Show that the area of the surface of revolution of the curve $y = y(x)$, from $(x_1, y(x_1))$ to $(x_2, y(x_2))$ about x axis is $2\pi \int_{x_1}^{x_2} y \sqrt{1+y'^2} dx$.

Hence show that this surface will be minimum when the curve is catenary. 6

দেখান যে $y = y(x)$ বক্রটি x অক্ষের চারিদিকে $(x_1, y(x_1))$ বিন্দু থেকে $(x_2, y(x_2))$ বিন্দু পর্যন্ত ঘূর্ণনের ফলে উৎপন্ন তলের ক্ষেত্রফল হল $2\pi \int_{x_1}^{x_2} y \sqrt{1+y'^2} dx$.

এখান থেকে দেখান যে ঐ তলের ক্ষেত্রফল সর্বনিম্ন হবে যখন বক্রটি একটি catenary.

b) Solve : (সমাধান করুন) : $(E^2 - 11E + 30) u_n = x 3^x$. 5

c) Find the curve for which the functional $\int_1^2 \frac{x^3}{y^2} dx$ with $y(1) = 0$ and $y(2) = 3$ can be extremized. 5

a) State and prove the problem of Brachistochrone. 2 + 8

Brachistochrone সমস্যাটি বিবৃত করুন এবং প্রমাণ করুন।

b) Using the method of solving difference equation, find the n -th term of the Fibonacci sequence of numbers 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 6

অন্তর সমীকরণ সমাধানের পদ্ধতি প্রয়োগ করে Fibonacci অনুক্রম 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, -এর n তম পদ নির্ণয় করুন।