

West Bengal State University
B.A./B.Sc./B.Com (Honours, Major, General) Examinations, 2014
PART - II

MATHEMATICS — GENERAL
Paper - II

Duration : 3 Hours]

[Full Marks : 100

Candidates are required to give their answers in their own words as far as practicable.
The figures in the margin indicate full marks.

GROUP - A

বিভাগ - ক

(Full Marks : 25)

(পূর্ণমান : ২৫)

Answer Question No. 1 and any *two* from the rest.

১ নং প্রশ্ন ও অন্য যে কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন।

1. a) If A, B, C be three non-empty sets such that $A \cap B = A \cap C$ and

$A \cup B = A \cup C$, then prove that $B = C$.

2

যদি A, B, C তিনটি অশূন্য সেট হয়, যাতে $A \cap B = A \cap C$ এবং $A \cup B = A \cup C$ হয়, তাহলে প্রমাণ করুন যে $B = C$.

OR / অথবা

- b) Let $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ and $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ be two functions such that $f \circ g = g \circ f$. Does it necessarily imply that $f = g$? Justify your answer, where \mathbb{R} is the set of real numbers. 2

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ও $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ দুটি অপেক্ষক $f \circ g = g \circ f$ সম্পর্কে আবদ্ধ। এর থেকে কি বলা সম্ভব $f = g$? আপনার উত্তরের সপক্ষে যুক্তি দিন। যেখানে \mathbb{R} হল বাস্তব সংখ্যার সেট।

- c) Let $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ and $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ be two functions given by $f(x) = |x| + x$, $x \in \mathbb{R}$ and $g(x) = |x| - x$, $x \in \mathbb{R}$. Find $f \circ g$ and $g \circ f$ where \mathbb{R} is the set of real numbers. 4

ধরা যাক $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ও $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ অপেক্ষক দুটি যথাক্রমে নিম্নরূপে সংজ্ঞায়িত :

$$f(x) = |x| + x, x \in \mathbb{R} \text{ ও } g(x) = |x| - x, x \in \mathbb{R}.$$

এখন $f \circ g$ ও $g \circ f$ নির্ণয় করুন যেখানে \mathbb{R} হল সমস্ত বাস্তব সংখ্যার সেট।

3. a) Prove that the set of all solutions of the equation $x^n = 1$, where n is a positive integer, form an Abelian group under usual multiplication. 5

প্রমাণ করুন যে স্বাভাবিক গুণের সাপেক্ষে $x^n = 1$, সমীকরণের বীজগুলির সেট একটি আবিলিয়ান দল গঠন করে, যেখানে n একটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা।

- b) Justify whether the following statements are *True* or *False* :

নিম্নলিখিত বিবৃতিগুলি ঠিক না ভুল যাচাই করুন :

- i) (\mathbb{R}, \cdot) is an abelian group, where \mathbb{R} is the set of all real numbers.

(\mathbb{R}, \cdot) একটি আবিলিয়ান দল, যেখানে \mathbb{R} , সমস্ত বাস্তব সংখ্যার সেট।

- ii) Union of two subgroups of group $(G, *)$ is a subgroup of $(G, *)$.

দল $(G, *)$ -এর দুটি উপদলের ইউনিয়ন, $(G, *)$ -এর একটি উপদল।

iii) If $(H, *)$ and $(K, *)$ are two subgroups of $(G, *)$, then $H \cap K \neq \phi$.

যদি $(G, *)$ দলের দুটি উপদল $(H, *)$ ও $(K, *)$ হয়, তাহলে $H \cap K \neq \phi$.

2 + 2 + 1

If in a ring $(B, +, \cdot)$, $a^2 = a \forall a \in B$, show that $2a = a + a = 0 \forall a \in B$ and also B is a commutative ring. Give an example to show that the converse is not true.

2 + 2 + 2

যদি $(B, +, \cdot)$, মণ্ডলের যে কোন সদস্য a -এর জন্য $a^2 = a$ হয়, তবে প্রমাণ করুন যে

$2a = a + a = 0$, যে কোন সদস্য $a \in B$ -এর জন্য। আরও প্রমাণ করুন যে B একটি বিনিময়যোগ্য

মণ্ডল। একটি উদাহরণের সাহায্যে দেখান $2a = a + a = 0$, $a \in B$ হলে $a^2 = a$, $a \in B$ নাও হতে পারে।

Show that $(S, +, \cdot)$ is a subring of $(M_2(\mathbb{R}), +, \cdot)$,

where $S = \left\{ \begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} : x \in \mathbb{R} \right\}$, $M_2(\mathbb{R})$ is the set of all real 2×2 matrices

and \mathbb{R} is the set of all real numbers.

4

দেখান যে $(S, +, \cdot)$ হল $(M_2(\mathbb{R}), +, \cdot)$ মণ্ডলের একটি উপমণ্ডল।

যেখানে, $S = \left\{ \begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} : x \in \mathbb{R} \right\}$, $M_2(\mathbb{R})$ সমস্ত 2×2 বাস্তব সংখ্যার সারি (ম্যাট্রিক্স)

এবং \mathbb{R} হল সমস্ত বাস্তব সংখ্যার সেট।

iii) If $(H, *)$ and $(K, *)$ are two subgroups of $(G, *)$, then $H \cap K \neq \phi$.

যদি $(G, *)$ দলের দুটি উপদল $(H, *)$ ও $(K, *)$ হয়, তাহলে $H \cap K \neq \phi$.

2 + 2 + 1

If in a ring $(B, +, \cdot)$, $a^2 = a \forall a \in B$, show that $2a = a + a = 0 \forall a \in B$ and also B is a commutative ring. Give an example to show that the converse is not true.

2 + 2 + 2

যদি $(B, +, \cdot)$, মণ্ডলের যে কোন সদস্য a -এর জন্য $a^2 = a$ হয়, তবে প্রমাণ করুন যে

$2a = a + a = 0$, যে কোন সদস্য $a \in B$ -এর জন্য। আরও প্রমাণ করুন যে B একটি বিনিময়যোগ্য মণ্ডল। একটি উদাহরণের সাহায্যে দেখান $2a = a + a = 0$, $a \in B$ হলে $a^2 = a$, $a \in B$ নাও হতে পারে।

Show that $(S, +, \cdot)$ is a subring of $(M_2(\mathbb{R}), +, \cdot)$,

where $S = \left\{ \begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} : x \in \mathbb{R} \right\}$, $M_2(\mathbb{R})$ is the set of all real 2×2 matrices

and \mathbb{R} is the set of all real numbers.

4

দেখান যে $(S, +, \cdot)$ হল $(M_2(\mathbb{R}), +, \cdot)$ মণ্ডলের একটি উপমণ্ডল।

যেখানে, $S = \left\{ \begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} : x \in \mathbb{R} \right\}$, $M_2(\mathbb{R})$ সমস্ত 2×2 বাস্তব সংখ্যার সারি (ম্যাট্রিক্স)

এবং \mathbb{R} হল সমস্ত বাস্তব সংখ্যার সেট।

5. a) Reduce the real quadratic form $5x^2 + y^2 + 10z^2 - 4yz - 10zx = 0$ to the normal form and show that it is positive definite. 5

$$5x^2 + y^2 + 10z^2 - 4yz - 10zx = 0 \text{ বাস্তব দ্বিঘাত রূপকে সাধারণ (normal)}$$

আকারে প্রকাশ করুন এবং দেখান যে এটি একটি ধনাত্মক সুনির্গীত হবে।

- b) Find the dimension of the subspace S of \mathbb{R}^3 defined by

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 2x + y - z = 0\}. \quad 3$$

বাস্তব ভেক্টর দেশ \mathbb{R}^3 -এর $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 2x + y - z = 0\}$ উপদেশের মাত্রা নির্ণয় করুন।

- c) Find eigenvalues of the matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. 2

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ সারির (matrix) আইগেন-মানগুলি নির্ণয় করুন।}$$

GROUP - B

বিভাগ - খ

(Full Marks : 20)

(পূর্ণমান : ২০)

Answer Question No. 6 and any two from the rest.

৬ নং প্রশ্ন ও অন্য যে কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন।

6. Answer any two questions :

2 × 2 = 4

যে কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

- a) Find the equation of the straight line passing through the point (1, 2, 3) and parallel to the line $\frac{x}{2} = \frac{y}{4} = \frac{z}{3}$.

এমন একটি সরলরেখা নির্ণয় করুন যা (1, 2, 3) বিন্দুগামী এবং $\frac{x}{2} = \frac{y}{4} = \frac{z}{3}$ রেখার

সমান্তরাল।

- b) Find the direction cosines of the line that makes equal angles with the Cartesian axes.

যখন একটি সরলরেখা কার্তেসীয় অক্ষের সঙ্গে সমান কোণ উৎপন্ন করে, তখন ঐ রেখার কোসাইন দিগন্তগুলির মান নির্ণয় করুন।

- c) Find the equation of the sphere which has (3, 4, - 1) and (- 4, 2, 3) as the end points of a diameter. Find also the co-ordinate of its centre.

কোন গোলকের একটি ব্যাসের প্রান্তবিন্দুদ্বয়ের স্থানাঙ্ক (3, 4, - 1) এবং (- 4, 2, 3) হলে গোলকটির সমীকরণ এবং সেটির কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক নির্ণয় করুন।

7. a) Show that the straight lines whose direction cosines are given by the equations $2l + 2m - n = 0$ and $mn + nl + lm = 0$ are at right angle. 4

যদি দুটি সরলরেখার কোসাইন দিগন্তগুলি $2l + 2m - n = 0$ এবং $mn + nl + lm = 0$ সমীকরণদ্বারা সূচিত হয় তবে দেখান যে সরলরেখা দুটি পরস্পর লম্ব।

- b) Perpendiculars PL, PM, PN are drawn from the point $P(a, b, c)$ to the co-ordinate planes. Show that the equation of the plane LMN is $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 2$. 4

$P(a, b, c)$ বিন্দু থেকে $x = 0, y = 0, z = 0$ সমতল তিনটির উপর PL, PM, PN তিনটি লম্ব অঙ্কিত হয়। দেখান যে, LMN সমতলের সমীকরণ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 2$.

8. a) Prove that the lines $\frac{x+1}{3} = \frac{y+3}{5} = \frac{z+5}{7}; \frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{3} = \frac{z-6}{5}$

intersect. Find their point of intersection and the equation of the plane in which they lie. 4

প্রমাণ করুন যে $\frac{x+1}{3} = \frac{y+3}{5} = \frac{z+5}{7}; \frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{3} = \frac{z-6}{5}$ সরলরেখা দুটি

পরস্পরকে ছেদ করে। তাদের ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করুন এবং যে সমতলে সরলরেখা দুটি থাকবে তার সমীকরণ নির্ণয় করুন।

- b) Find the magnitude of the shortest distance between the lines

$$\frac{x}{4} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{2} \text{ and } 5x - 2y - 3z + 6 = 0 = x - 3y + 2z - 3. \quad 4$$

$$\frac{x}{4} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{2} \text{ এবং } 5x - 2y - 3z + 6 = 0 = x - 3y + 2z - 3 \text{ সরলরেখাদ্বয়ের}$$

মধ্যে ন্যূনতম দূরত্ব নির্ণয় করুন।

9. a) Find the equation of the sphere of which the circle

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 2z + 5 = 0, \quad x - 2y + 3z + 1 = 0 \text{ is a great circle.} \quad 4$$

যে গোলকটির ক্ষেত্রে $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 2z + 5 = 0, \quad x - 2y + 3z + 1 = 0$

বৃত্তটি একটি গুরুবৃত্ত তার সমীকরণ নির্ণয় করুন।

- b) Find the distance of the point (3, 2, 1) from the line $\frac{x-1}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z-2}{1}$.

4

$$\frac{x-1}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z-2}{1} \text{ সরলরেখা থেকে } (3, 2, 1) \text{ বিন্দুটির দূরত্ব নির্ণয় করুন।}$$

10. a) Show that the plane $2x + y - z = 12$ touches the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 24$

and find the co-ordinates of the point of contact. 4

দেখান যে, $2x + y - z = 12$ সমতলটি $x^2 + y^2 + z^2 = 24$ গোলকটিকে স্পর্শ করে। ঐ

স্পর্শবিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করুন।

- b) Find the equation of the right circular cone whose vertex is the origin and axis is the line $\frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}$ and semi-vertical angle is 45° . 4

যে লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কুর শীর্ষ মূলবিন্দুতে, অক্ষের সমীকরণ $\frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}$ এবং অর্ধ-শীর্ষকোণ 45° ,

সেই শঙ্কুর সমীকরণ নির্ণয় করুন।

GROUP - C

বিভাগ - গ

(Full Marks : 25)

(পূর্ণমান : ২৫)

Answer Question No. 11 and any two from the rest.

১১ নং প্রশ্ন ও অন্য যে কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন।

11. a) Answer any one question : 1 × 2 = 2

যে কোন একটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

- i) Check whether Rolle's theorem is applicable to the function

$$f(x) = |x|, x \in [-1, 1]$$

$f(x) = |x|$ অপেক্ষকটির উপর $[-1, 1]$ অন্তরালে Rolle-এর উপপাদ্যটি প্রযোজ্য হবে কিনা যাচাই করুন।

- ii) Examine whether the sequence $\left\{ \frac{4n+5}{n+2} \right\}_n$ is bounded.

$\left\{ \frac{4n+5}{n+2} \right\}_n$ অনুক্রমটি বদ্ধ কিনা পরীক্ষা করুন।

iii) If $f(h) = f(0) + hf'(0) + \frac{h^2}{2!} f''(\theta h)$, $0 < \theta < 1$, find θ when

$$h = 1 \text{ and } f(x) = (1-x)^{5/2}.$$

যদি $f(h) = f(0) + hf'(0) + \frac{h^2}{2!} f''(\theta h)$, $0 < \theta < 1$ হয়, তবে θ -এর

মান নির্ণয় করুন যখন $h = 1$ এবং $f(x) = (1-x)^{5/2}$.

b) Answer any one question :

$1 \times 3 = 3$

যে কোন একটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

i) Show that $\frac{x}{1+x} < \log(1+x) < x$, if $x > 0$.

দেখান যে, $\frac{x}{1+x} < \log(1+x) < x$, যখন $x > 0$.

ii) Find the domain of definition of $f(x)$ where

$$f(x) = \sqrt{\log_e \frac{5x - x^2}{4}}$$

$f(x) = \sqrt{\log_e \frac{5x - x^2}{4}}$ হলে $f(x)$ -এর সংজ্ঞার ক্ষেত্র নির্ণয় করুন।

iii) Evaluate : $\lim_{x \rightarrow \pi/2} (\sin x)^{\tan x}$.

$\lim_{x \rightarrow \pi/2} (\sin x)^{\tan x}$ -এর মান নির্ণয় করুন।

12. a) By Raabe's Test prove that the series

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1.3}{2.4} + \frac{1.3.5}{2.4.6} + \dots + \frac{1.3.5.7. \dots (2n-1)}{2.4.6.8. \dots 2n} + \dots \text{ is divergent.} \quad 4$$

র্যাভির পরীক্ষা প্রয়োগ করে প্রমাণ করুন যে

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1.3}{2.4} + \frac{1.3.5}{2.4.6} + \dots + \frac{1.3.5.7. \dots (2n-1)}{2.4.6.8. \dots 2n} + \dots \text{ শ্রেণিটি অপসারী।}$$

- b) If $x_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$, $n \in N$, where N stands for the set of natural numbers, prove that the sequence $\{x_n\}$ is bounded. 3

যদি $x_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$, $n \in N$, যেখানে N একটি স্বাভাবিক সংখ্যার সেট সূচিত করে, তবে

প্রমাণ করুন যে $\{x_n\}$ অনুক্রমটি সীমাবদ্ধ।

- c) Prove that the sequence $\{x_n\}$ where $x_n = (-1)^n$ is not convergent. 3

প্রমাণ করুন যে $x_n = (-1)^n$ অনুক্রমটি অভিসারী নয়।

13. a) The function $f(x)$ is defined by

$$f(x) = 3 + 2x \text{ for } -\frac{3}{2} < x \leq 0$$

$$= 3 - 2x \text{ for } 0 < x \leq \frac{3}{2}$$

Show that $f(x)$ is continuous but not differentiable at $x = 0$. 3

একটি অপেক্ষক $f(x)$ নিম্নলিখিতরূপে সংজ্ঞায়িত

$$f(x) = 3 + 2x \text{ যখন } -\frac{3}{2} < x \leq 0$$

$$= 3 - 2x \text{ যখন } 0 < x \leq \frac{3}{2}$$

প্রমাণ করুন যে $x = 0$ বিন্দুতে অপেক্ষকটি সন্তত কিন্তু অন্তরকলনযোগ্য নয়।

b) Evaluate : $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan x}{x} \right)^{\frac{1}{x}}$ 3

$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan x}{x} \right)^{\frac{1}{x}}$ -এর মান নির্ণয় করুন।

c) State and prove Lagrange's Mean Value theorem. 1 + 3

Lagrange-এর মধ্যমান উপপাদ্যটি বিবৃত করুন এবং প্রমাণ করুন।

14. a) Find the asymptotes of $x^3 - 2y^3 + xy(2x - y) + y(x - y) + 1 = 0$. 4

$x^3 - 2y^3 + xy(2x - y) + y(x - y) + 1 = 0$ -এর রৈখিক স্পর্শপ্রবণরেখাগুলি নির্ণয় করুন।

b) Find the envelopes of the family of straight lines of

$$y = mx + \sqrt{a^2m^2 + b^2}, \text{ } m \text{ being parameter.} \quad 3$$

$y = mx + \sqrt{a^2m^2 + b^2}$ দ্বারা সূচিত সরলরেখা-গোষ্ঠীর পরিস্পর্শক নির্ণয় করুন, যেখানে m

একটি প্রচল।

- c) Find the position and nature of the double point (if any) of the curve

$$y^2 - x(x - a)^2 = 0. \quad 3$$

$y^2 - x(x - a)^2 = 0$ বক্ররেখাটির কোণ দ্বি-বিন্দু থাকলে ঐ দ্বি-বিন্দুটির অবস্থান ও প্রকৃতি নির্ণয় করুন।

15. a) Show that the function $f(x, y) = y^3 + 3x^2y + 5x^4$ has a minimum at $(0, 0)$. 3

দেখান যে, $f(x, y) = y^3 + 3x^2y + 5x^4$ -এর $(0, 0)$ বিন্দুতে অবম মান আছে।

- b) If a function $f(x)$ is differentiable at the point $x = c$, show that it is continuous at that point. Is the converse true? Justify your answer by giving an example. 2 + 2

যদি $f(x)$ অপেক্ষকটি $x = c$ বিন্দুতে অন্তরকলনযোগ্য হয়, তবে প্রমাণ করুন যে, ঐ বিন্দুতে অপেক্ষকটি সন্তত হবে। বিপরীত বিবৃতিটি কি সত্য? উদাহরণসহ উত্তরের যথার্থতা বোঝান।

- c) Show that the rectangle inscribed in a circle has maximum area when it is a square. 3

দেখান যে, বৃত্তে অন্তর্লিখিত বৃহত্তম ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট আয়তক্ষেত্রটি একটি বর্গক্ষেত্র।

GROUP - D

বিভাগ - ঘ

(Full Marks : 20)

(পূর্ণমান : ২০)

Answer Question No. 16 and any two from the rest.

১৬ নং প্রশ্ন ও অন্য যে কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন।

16. Answer any two questions :

2 × 2 = 4

যে কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

a) Examine the convergence of $\int_0^{\infty} e^{-x} dx$, if so, find the value.

$\int_0^{\infty} e^{-x} dx$ সমাকলটির অভিসারিত্ব পরীক্ষা করুন। যদি অভিসারী হয়, তাহলে সেটির মান নির্ণয় করুন।

b) Find, if possible, the value of $B\left(\frac{5}{2}, 6\right)$.

যদি সম্ভব হয় $B\left(\frac{5}{2}, 6\right)$ -এর মান নির্ণয় করুন।

c) From the relation $\Gamma(n+1) = n\Gamma(n)$, calculate $\Gamma(6)$.

$\Gamma(n+1) = n\Gamma(n)$, সম্পর্ক থেকে $\Gamma(6)$ -এর মান নির্ণয় করুন।

d) Prove that the area of the circle $x^2 + y^2 = a^2$ is πa^2 .

প্রমাণ করুন $x^2 + y^2 = a^2$ বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi a^2$.

17. a) Evaluate, if possible $\int_0^{\pi/2} \log \sin x \, dx$.

5

যদি সম্ভব হয়, তাহলে $\int_0^{\pi/2} \log \sin x \, dx$ -এর মান নির্ণয় করুন।

b) Find the value of $\int_0^{\infty} e^{-x^2} \, dx$.

3

$\int_0^{\infty} e^{-x^2} \, dx$ -এর মান নির্ণয় করুন।

18. a) State the relation between Beta function and Gamma function and use it to show that $\int_0^1 x^{3/2} (1-x)^{3/2} \, dx = \frac{3\pi}{128}$.

4

বিটা অপেক্ষক ও গামা অপেক্ষকের মধ্যে সম্পর্ক লিখুন। এর সাহায্যে প্রমাণ করুন যে

$$\int_0^1 x^{3/2} (1-x)^{3/2} \, dx = \frac{3\pi}{128}$$

- b) Determine $\iint_R (x^2 + y^2) dx dy$, where R is the region bounded by $y = x^2$, $x = 2$, $y = 1$. 4

$\iint_R (x^2 + y^2) dx dy$ -এর মান নির্ণয় করুন, যেখানে R ক্ষেত্রটি হল

$y = x^2$, $x = 2$, $y = 1$ দ্বারা বদ্ধ।

19. a) Evaluate : $\int_0^\pi \int_0^{a(1+\cos\theta)} r^3 \sin\theta \cos\theta dr d\theta$. 4

মান নির্ণয় করুন : $\int_0^\pi \int_0^{a(1+\cos\theta)} r^3 \sin\theta \cos\theta dr d\theta$

- b) Find the perimeter of the curve $\left(\frac{x}{a}\right)^{2/3} + \left(\frac{y}{b}\right)^{2/3} = 1$. 4

$\left(\frac{x}{a}\right)^{2/3} + \left(\frac{y}{b}\right)^{2/3} = 1$ বক্রের পরিসীমা নির্ণয় করুন।

20. a) Find the volume of the solid produced by the revolution of the upper half of the loop of the curve $y^2 = x^2(2-x)$. 4

$y^2 = x^2(2-x)$ বক্রের যে লুপ (loop) তৈরী হয় তার উপরার্ধকে ঘোরালে উৎপন্ন solid-টির আয়তন নির্ণয় করুন।

- b) Find the surface area of the solid generated by revolving the cycloid

$x = a(\theta + \sin\theta)$, $y = a(1 + \cos\theta)$ about its base. 4

$x = a(\theta + \sin\theta)$, $y = a(1 + \cos\theta)$ cycloid-টিকে ভূমির (base) সাপেক্ষে ঘোরালে যে সলিড (solid) তৈরী হয় তার বক্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন।

GROUP - E

বিভাগ - ঙ

(Full Marks : 10)

(পূর্ণমান : ১০)

21. Answer any one question :

1 × 2 = 2

যে কোন একটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

a) Solve : $\frac{d^3y}{dx^3} - y = 0$.

সমাধান করুন : $\frac{d^3y}{dx^3} - y = 0$

b) Find the particular integral of $\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = x^5$.

$\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = x^5$ -এর বিশেষ সমাকল নির্ণয় করুন।

c) Reduce the equation $3x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 5x \frac{dy}{dx} + 8y = x^4$ from variable coefficient

to constant coefficient.

$3x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 5x \frac{dy}{dx} + 8y = x^4$ সমীকরণটিকে চল (variable) সহগ থেকে প্রবক

(constant) সহগের সমীকরণে পরিণত করুন।

22. Answer any two questions :

2 × 4 = 8

যে কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

a) Solve : $\frac{d^2y}{dx^2} - 2 \frac{dy}{dx} + y = x^2 e^{3x}$.

সমাধান করুন : $\frac{d^2y}{dx^2} - 2 \frac{dy}{dx} + y = x^2 e^{3x}$

b) Solve : $\frac{d^2y}{dx^2} + a^2y = \sec ax$, (a is a real number).

সমাধান করুন : $\frac{d^2y}{dx^2} + a^2y = \sec ax$, (a একটি বাস্তব সংখ্যা)।

c) Solve : $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + y = \log x$

সমাধান করুন : $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + y = \log x$

d) Find the orthogonal trajectories of the family of curves $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$, where a is a variable parameter.

$x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$, (যেখানে a একটি চল (variable) প্যারামিটার), বক্রগোষ্ঠীর লম্ব প্রক্ষেপ পথ নির্ণয় করুন।
