

**West Bengal State University**  
**B.A./B.Sc./B.Com. (Honours, Major, General) Examinations, 2013**  
**Part - I**

**MATHEMATICS — GENERAL**  
**Paper - I**

Duration : 3 Hours ]

[ Maximum Marks : 100

*The figures in the margin indicate full marks.*

প্রাপ্ত সংখ্যাগুলি পূর্ণমানের দ্যোতক ।

**GROUP - A**

বিভাগ - ক

**( CLASSICAL ALGEBRA )**

( ক্লাসিক্যাল বীজগণিত )

( Full Marks : 25 )

( পূর্ণমান : 25 )

Answer Question No. 1 and any *two* from the rest.

১ নং প্রশ্ন ও অন্য যে কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন ।

1. a) Answer any *one* question :

1 × 2 = 2

যে কোন একটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

i) Simplify :  $(1 - i) \left( 1 - \frac{1}{i} \right)$ .

সরলীকরণ করুন :  $(1 - i) \left( 1 - \frac{1}{i} \right)$ .

ii) Form an equation of lowest degree with rational coefficients having  $(\sqrt{2} - 1)$  and  $-3$  as two of its roots.

সর্বনিম্ন degree-র একটি সমীকরণ গঠন করুন যার দুটি বীজ  $(\sqrt{2} - 1)$  এবং  $-3$  এবং সহগগুলি মূলদ সংখ্যা ।

iii) For any square matrix  $A$ , show that  $A + A^T$  is symmetric.

$A$  একটি square ম্যাট্রিক্স হলে, দেখান যে  $A + A^T$  প্রতিসম।

b) Answer any one question :

যে কোন একটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

i) If  $f(x) = 3x^3 - 4x^2 + 5x + 6$ , find  $f(x)$  as a polynomial in  $(x+1)$

যদি  $f(x) = 3x^3 - 4x^2 + 5x + 6$  হয়, তবে  $f(x)$ -কে  $(x+1)$  রাশিমালার আকারে প্রকাশ করুন।

ii) Solve the equation :

$$\begin{vmatrix} x & a & a \\ a & x & b \\ b & b & x \end{vmatrix} = 0.$$

সমীকরণটি সমাধান করুন :

$$\begin{vmatrix} x & a & a \\ a & x & b \\ b & b & x \end{vmatrix} = 0.$$

iii) Give an example to show that  $AB \neq BA$ , where  $A, B$  are non-zero matrices.

একটি উদাহরণের সাহায্যে দেখান যে,  $AB \neq BA$ , যেখানে  $A, B$  শূন্য ম্যাট্রিক্স নয়।

2. a) Prove that if  $\alpha, \beta, \gamma$  are reals and  $\cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma = 0$  and  $\sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma = 0$ , then  $\cos 3\alpha + \cos 3\beta + \cos 3\gamma = 3 \cos (\alpha + \beta + \gamma)$  and  $\sin 3\alpha + \sin 3\beta + \sin 3\gamma = 3 \sin (\alpha + \beta + \gamma)$ .

যদি  $\alpha, \beta, \gamma$  বাস্তব সংখ্যা হয় এবং  $\cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma = 0$  ও

$\sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma = 0$  হয়, তবে দেখান যে,

$$\cos 3\alpha + \cos 3\beta + \cos 3\gamma = 3 \cos (\alpha + \beta + \gamma),$$

$$\sin 3\alpha + \sin 3\beta + \sin 3\gamma = 3 \sin (\alpha + \beta + \gamma).$$

b) If  $u + iv = \tan (x + iy)$ , show that  $u^2 + v^2 + 2u \cot 2x = 1$ . Also prove that

$$u^2 + v^2 + 1 - 2v \coth 2y = 0.$$

যদি  $u + iv = \tan (x + iy)$  হয়, তবে দেখান যে,  $u^2 + v^2 + 2u \cot 2x = 1$ । আরও

$$\text{যে } u^2 + v^2 + 1 - 2v \coth 2y = 0.$$

- a) If  $\alpha, \beta, \gamma$  are the roots of the equation  $x^3 + 3x + 1 = 0$ , find the equation whose roots are  $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}, \frac{\beta}{\gamma} + \frac{\gamma}{\beta}$  and  $\frac{\gamma}{\alpha} + \frac{\alpha}{\gamma}$ . 5

যদি  $\alpha, \beta, \gamma, x^3 + 3x + 1 = 0$  সমীকরণটির বীজ হয়, তবে এমন একটি সমীকরণ নির্ণয় করুন যার বীজগুলি  $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}, \frac{\beta}{\gamma} + \frac{\gamma}{\beta}$  এবং  $\frac{\gamma}{\alpha} + \frac{\alpha}{\gamma}$ .

- b) Solve by Cardon's method :  $x^3 - 18x - 35 = 0$ . 5

কার্ডন পদ্ধতিতে সমাধান করুন :  $x^3 - 18x - 35 = 0$ .

- a) Prove that 
$$\begin{vmatrix} a-b-c & 2a & 2a \\ 2b & b-c-a & 2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{vmatrix} = (a+b+c)^3$$
 5
- প্রমাণ করুন যে 
$$\begin{vmatrix} a-b-c & 2a & 2a \\ 2b & b-c-a & 2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{vmatrix} = (a+b+c)^3$$

- b) Solve by Cramer's rule :

$$3x + y + z = 4$$

$$x - y + 2z = 6$$

$$x + 2y - z = -3$$

Cramer-এর নিয়মে সমাধান করুন :

$$3x + y + z = 4$$

$$x - y + 2z = 6$$

$$x + 2y - z = -3$$

- a) Express the matrix  $\begin{bmatrix} 3 & 2 & -6 \\ 0 & -1 & 4 \\ 5 & -2 & 0 \end{bmatrix}$  as the sum of a symmetric and a skew symmetric matrices. 4

symmetric matrices.

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & -6 \\ 0 & -1 & 4 \\ 5 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

ম্যাট্রিক্সটিকে একটি প্রতিসম ও একটি বিপ্রতিসম ম্যাট্রিক্সের যোগফল আকারে প্রকাশ করুন।

1. Also prove that

$2x = 1$ । আরও দেখান

- b) Find the inverse of the matrix  $A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$  and hence solve the equation

$$5x + 3y = 2 ; -2x + 2y = 1.$$

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} \text{ ম্যাট্রিক্সটির বিপরীত ম্যাট্রিক্স নির্ণয় করুন এবং এর সাহায্যে সর্ব}$$

সমীকরণগুলির সমাধান করুন :

$$5x + 3y = 2 ; -2x + 2y = 1.$$

- c) Find the rank of the matrix  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 3 & 5 & 2 \\ 4 & 8 & 0 \end{bmatrix}$ .

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 3 & 5 & 2 \\ 4 & 8 & 0 \end{bmatrix} \text{ ম্যাট্রিক্সটির মাত্রা নির্ণয় করুন ।}$$

### GROUP - B

বিভাগ - খ

( Full Marks : 15 )

( পূর্ণমান : 15 )

Answer Question No. 6 and any one from the rest.

৬ নং প্রশ্ন ও অন্য যে কোন একটি প্রশ্নের উত্তর দিন ।

6. Answer any one question :

যে কোন একটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

- a) Find the angle of rotation of the axes about the origin which transform equation  $x^2 - y^2 = 4$  to  $x'y' = 2$ .

মূলবিন্দুর সাপেক্ষে অক্ষদ্বয়কে কত কোণে আবর্তন করলে  $x^2 - y^2 = 4$  সমীকরণটি  $x'y'$  সমীকরণের আকার নেয় ।

- b) Find the angle between the pair of straight lines represented by the equation  $3x^2 - 10xy + 3y^2 = 0$ .

$3x^2 - 10xy + 3y^2 = 0$  সরলরেখাদ্বয়ের অন্তর্গত কোণের মান নির্ণয় করুন ।

- c) Find the rectangular Cartesian co-ordinates of the point whose polar co-ordinate is  $\left(2, \frac{\pi}{6}\right)$ .

যে বিন্দুর মেরু-স্থানাঙ্ক  $\left(2, \frac{\pi}{6}\right)$ , তার কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক নির্ণয় করুন।

- a) Reduce the equation  $5x^2 - 6xy + 5y^2 - 4x - 4y - 4 = 0$  to its canonical form and find the nature of the conic. 5 + 1

$5x^2 - 6xy + 5y^2 - 4x - 4y - 4 = 0$  সমীকরণটিকে আদর্শ আকারে পরিণত করুন এবং সেটি কি প্রকৃতির কণিক সূচিত করে তা লিখুন।

- b) If  $PSP'$  be a focal chord of a conic, then show that  $\frac{1}{SP} + \frac{1}{SP'} = \frac{2}{l}$ , where  $l$  is the semi-latus rectum. 6

$PSP'$  যদি একটি কণিকের নাভিবিন্দুগামী জ্যা হয়, তবে দেখান যে  $\frac{1}{SP} + \frac{1}{SP'} = \frac{2}{l}$ , যেখানে  $l$  অর্ধ-নাভিলম্ব।

- a) Show that the equation to the pair of straight lines through the origin perpendicular to the pair of straight lines

$$ax^2 + 2hxy + by^2 = 0 \text{ is } bx^2 - 2hxy + ay^2 = 0. \quad 4$$

দেখান যে  $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$  সরলরেখাদ্বয়ের উপর লম্ব সরলরেখাদ্বয় যা মূলবিন্দুগামী, তার সমীকরণ হল  $bx^2 - 2hxy + ay^2 = 0$ .

- b) Show that the radius of a circle remains unchanged due to a rotation of axes. 3

দেখান যে অক্ষদ্বয় আবর্তন করলে বৃত্তের ব্যাসার্ধ অপরিবর্তিত থাকে।

- c) Find the locus of the poles of the tangents to the circle  $x^2 + y^2 = 2ax$  with respect to the circle  $x^2 + y^2 = a^2$ . 5

$x^2 + y^2 = a^2$  বৃত্তটির সাপেক্ষে,  $x^2 + y^2 = 2ax$  বৃত্তের স্পর্শকগুলির মেরুর সম্ভারপথটি নির্ণয় করুন।

## GROUP - C

বিভাগ - গ

( Full Marks : 15 )

( পূর্ণমান : 15 )

9. Answer any one question :

যে কোন একটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

a) Prove that the three points whose position vectors are  $\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ ,  $-\hat{i} - \hat{j} + 8\hat{k}$  and  $-4\hat{i} + 4\hat{j} + 6\hat{k}$  form an equilateral triangle.  
 দেখান যে, তিনটি বিন্দু যাদের position vector  $\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ ,  $-\hat{i} - \hat{j} + 8\hat{k}$  এবং  $-4\hat{i} + 4\hat{j} + 6\hat{k}$ , একটি সমবাহু ত্রিভুজ গঠন করে।

b) Determine a unit vector perpendicular to the plane of

$$\vec{\alpha} = 4\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k} \text{ and } \vec{\beta} = 2\hat{i} - 6\hat{j} - 3\hat{k}.$$

$\vec{\alpha} = 4\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$  এবং  $\vec{\beta} = 2\hat{i} - 6\hat{j} - 3\hat{k}$  ভেক্টরদুটির তলের উপর লম্ব একক ভেক্টর নির্ণয় করুন।

c) Find the work done by the force  $\vec{F} = -2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$  whose point of application is given as displacement from the point A (2, -1, -2) to point B (-1, 2, 3).

A (2, -1, -2) বিন্দুটিকে B (-1, 2, 3) বিন্দু পর্যন্ত সরাসরি  $\vec{F} = -2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$  বলটির দ্বারা কৃতকার্য নির্ণয় করুন।

10. Answer any three questions :

যে কোন তিনটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

a) Prove by vector method that if the diagonals of a quadrilateral bisect each other, then the figure is a parallelogram.

একটি চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয় যদি পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে, তবে ভেক্টর পদ্ধতিতে প্রমাণ করুন যে এটি সামান্তরিক।

b) Find the moment of the force  $3\hat{i} + \hat{k}$  acting at the point (2, -1, 3) about the point (1, 2, -1).

$3\hat{i} + \hat{k}$  বলটি (2, -1, 3) বিন্দুতে প্রয়োগ করা হল। (1, 2, -1) বিন্দুর সাপেক্ষে ভ্রামকের মান নির্ণয় করুন।

c) Show that  $[\vec{\beta} \times \vec{\gamma}, \vec{\gamma} \times \vec{\alpha}, \vec{\alpha} \times \vec{\beta}] = |\vec{\alpha} \vec{\beta} \vec{\gamma}|^2$ .

দেখান যে  $[\vec{\beta} \times \vec{\gamma}, \vec{\gamma} \times \vec{\alpha}, \vec{\alpha} \times \vec{\beta}] = |\vec{\alpha} \vec{\beta} \vec{\gamma}|^2$ .

d) If  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}$  be three vectors such that  $\vec{\alpha} + \vec{\beta} + \vec{\gamma} = \vec{0}$  and  $|\vec{\alpha}| = 2$ ,

$|\vec{\beta}| = 4$ ,  $|\vec{\gamma}| = 6$ , show that  $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} + \vec{\beta} \cdot \vec{\gamma} + \vec{\gamma} \cdot \vec{\alpha} = -28$ .

যদি তিনটি ভেক্টর  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}$  এমন হয় যে  $\vec{\alpha} + \vec{\beta} + \vec{\gamma} = \vec{0}$  এবং  $|\vec{\alpha}| = 2$ ,

$|\vec{\beta}| = 4$ ,  $|\vec{\gamma}| = 6$ , তবে দেখান যে  $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} + \vec{\beta} \cdot \vec{\gamma} + \vec{\gamma} \cdot \vec{\alpha} = -28$ .

e) In a parallelogram PQRS, prove that  $\vec{PR} - \vec{QS} = 2\vec{PQ}$ .

PQRS একটি সামান্তরিক, প্রমাণ করুন যে  $\vec{PR} - \vec{QS} = 2\vec{PQ}$ .

### GROUP - D

#### বিভাগ - ঘ

( Full Marks : 25 )

( পূর্ণমান : 25 )

Answer Question No. 11 and any two from the rest.

১১ নং প্রশ্ন ও অন্য যে কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন ।

ii) a) Answer any one question :

1 × 2 = 2

যে কোন একটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

i) Find the range of the following function :

$$f(x) = \frac{1}{2 - \cos 2x}$$

নিম্নলিখিত অপেক্ষকটির প্রসার নির্ণয় করুন :

$$f(x) = \frac{1}{2 - \cos 2x}$$

ii) Evaluate :  $\lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \tan \frac{\pi x}{2}$ .

মান নির্ণয় করুন :  $\lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \tan \frac{\pi x}{2}$ .

iii) At what point is the tangent to the parabola  $y = x^2$  parallel to the straight line  $y = 4x - 5$ ?

$y = x^2$  অধিবৃত্তটির কোন বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শকটি  $y = 4x - 5$  সরলরেখার সমান্তরাল হবে ?

b) Answer any one question :

1 x 3 = 4.

যে কোন একটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

i) Is Rolle's theorem applicable to  $f(x) = 1 - x^{2/3}$  in  $[-1, 1]$ ? Justify your answer.

$f(x) = 1 - x^{2/3}$  অন্তরাল  $[-1, 1]$ -এ, এই অপেক্ষকটির ক্ষেত্রে Rolle-এর উপপাদ্য কি প্রযোজ্য? উত্তরের সপক্ষে যুক্তি দিন।

ii) If  $u = \cos^{-1} \frac{x-y}{x+y}$ , prove that  $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 0$ .

যদি  $u = \cos^{-1} \frac{x-y}{x+y}$  হয়, তবে প্রমাণ করুন যে,  $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 0$ .

iii) Find the maximum and minimum values of the function

$$f(x) = 12(\log x + 1) + x^2 - 10x + 3.$$

$f(x) = 12(\log x + 1) + x^2 - 10x + 3$ , এই অপেক্ষকটির চরম ও অবম মান নির্ণয় করুন।

12. a) State and prove Lagrange's mean value theorem.

Lagrange-এর মধ্যম মান উপপাদ্যটি বিবৃত ও প্রমাণ করুন।

b) Show that for the ellipse  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ , the radius of curvature at  $(a, 0)$  is equal to half of the latus rectum.

দেখান যে,  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  উপবৃত্তটির  $(a, 0)$ , তে বক্রতা ব্যাসার্ধের মান উপবৃত্তটির ন্যূনতম দৈর্ঘ্যের অর্ধেক।

13. a) If  $lx + my = 1$  is normal to the parabola  $y^2 = 4ax$ , then prove that

$$al^3 + 2alm^2 = m^2.$$

যদি  $lx + my = 1$  সরলরেখাটি  $y^2 = 4ax$  অধিবৃত্তটির অভিলম্ব হয়, তবে প্রমাণ করুন যে,

$$al^3 + 2alm^2 = m^2.$$

b) Show that the area of a rectangle inscribed in a circle is maximum when the rectangle is a square.

দেখান যে কোন বৃত্তে অন্তর্লিখিত আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সর্বাধিক হবে যদি এটি বর্গক্ষেত্র হয়।



$$1 \times 3 = 3$$

a) If  $u(x, y) = f(x^2 + 2yz, y^2 + 2zx)$ , prove that

$$(y^2 - zx) \frac{\partial u}{\partial x} + (x^2 - yz) \frac{\partial u}{\partial y} + (z^2 - xy) \frac{\partial u}{\partial z} = 0. \quad 5$$

যদি  $u(x, y) = f(x^2 + 2yz, y^2 + 2zx)$  হয়, তবে প্রমাণ করুন যে,

$$(y^2 - zx) \frac{\partial u}{\partial x} + (x^2 - yz) \frac{\partial u}{\partial y} + (z^2 - xy) \frac{\partial u}{\partial z} = 0.$$

$$b) f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2 + y^2} & ; (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Show that  $f(x, y)$  is not continuous at origin. 3

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2 + y^2} & ; (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{অন্যত্র} \end{cases}$$

দেখান যে  $f(x, y)$  অপেক্ষকটি মূলবিন্দুতে অসঙ্গত।

c) Show that  $z = f(x^2 y)$  where  $f$  is differentiable, satisfies  $x \frac{\partial z}{\partial x} = 2y \frac{\partial z}{\partial y}$ . 2

দেখান যে  $z = f(x^2 y)$ , যেখানে  $f$  অবকলনযোগ্য,  $x \frac{\partial z}{\partial x} = 2y \frac{\partial z}{\partial y}$  সম্পর্কটিকে সিদ্ধ করে।

a) If  $y^{\frac{1}{m}} + y^{-\frac{1}{m}} = 2x$ , prove that

$$i) (x^2 - 1) y_2 + x y_1 - m^2 y = 0$$

$$ii) (x^2 - 1) y_{n+2} + (2n+1) x y_{n+1} + (n^2 - m^2) y_n = 0. \quad 2 + 3$$

যদি  $y^{\frac{1}{m}} + y^{-\frac{1}{m}} = 2x$  হয় তবে প্রমাণ করুন যে

$$i) (x^2 - 1) y_2 + x y_1 - m^2 y = 0$$

$$ii) (x^2 - 1) y_{n+2} + (2n+1) x y_{n+1} + (n^2 - m^2) y_n = 0.$$

b) If  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(1 + a \cos x) - b \sin x}{x^3} = 1$ , then find the values of  $a$  and  $b$ . 5

যদি  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(1 + a \cos x) - b \sin x}{x^3} = 1$  হয় তাহলে,  $a, b$ -এর মান নির্ণয় করুন।

## GROUP - E

বিভাগ - ৬

( Full Marks : 10 )

( পূর্ণমান : 10 )

16. Answer any one question :

1 x 2 =

যে কোন একটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

a) Evaluate :  $\int \frac{\sqrt{x} dx}{x(x+1)}$

মান নির্ণয় করুন :  $\int \frac{\sqrt{x} dx}{x(x+1)}$

b) Show that :  $\int_0^{\pi} |\sin x + \cos x| dx = 2\sqrt{2}$

দেখান যে,  $\int_0^{\pi} |\sin x + \cos x| dx = 2\sqrt{2}$

c) Evaluate :  $\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\cos x} + \sqrt{\sin x}} dx.$

মান নির্ণয় করুন :  $\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\cos x} + \sqrt{\sin x}} dx.$

17. Answer any two questions :

2 x 4 =

যে কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

a) Evaluate :  $\int \frac{\sqrt{1 - \sin x}}{1 + \cos x} e^{-x/2} dx$

সমাকলিত করুন :  $\int \frac{\sqrt{1 - \sin x}}{1 + \cos x} e^{-x/2} dx$

b) If  $I_n = \int x^n e^{ax} dx$ , then prove that  $aI_n + nI_{n-1} = x^n e^{ax}$ . Hence find the value of  $I_4$ .যদি  $I_n = \int x^n e^{ax} dx$  হয়, তবে দেখান যে  $aI_n + nI_{n-1} = x^n e^{ax}$ , এবং এর  $I_4$ -এর মান নির্ণয় করুন।

18

19.

c) Find the value of  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{r=1}^n \frac{n^2}{(n^2 + r^2)^{3/2}}$ .

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{r=1}^n \frac{n^2}{(n^2 + r^2)^{3/2}}$  -এর মান নির্ণয় করুন।

d) Integrate :  $\int \frac{\cos x + 2 \sin x}{3 \cos x + 4 \sin x} dx$ .

সমাকলিত করুন :  $\int \frac{\cos x + 2 \sin x}{3 \cos x + 4 \sin x} dx$ .

### GROUP - F

বিভাগ - চ

( Full Marks : 10 )

( পূর্ণমান : 10 )

Answer any one question :

1 × 2 = 2

যে কোন একটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

a) Find the differential equation of the family of circles having fixed radius  $r$ .

$r$ -ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্ত গোষ্ঠীর অবকল সমীকরণ গঠন করুন।

b) Examine whether  $(\cos y + y \cos x) dx + (x \sin y - \sin x) dy = 0$  is an exact differential equation.

$(\cos y + y \cos x) dx + (x \sin y - \sin x) dy = 0$  অবকল সমীকরণটি exact কি-না নির্ণয় করুন।

c) Find an integrating factor of the differential equation  $y(1 + xy) dx - xdy = 0$ .

$y(1 + xy) dx - xdy = 0$  অবকল সমীকরণটির একটি integrating factor নির্ণয় করুন।

Answer any two questions :

2 × 4 = 8

যে কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

a) Solve :  $(x^2 + y^2 + 4) x dx + (x^2 - y^2 + 9) y dy = 0$ .

সমাধান করুন :  $(x^2 + y^2 + 4) x dx + (x^2 - y^2 + 9) y dy = 0$ .

- b) Obtain the general solution and singular solution :

$$p = \log(px - y); p = \frac{dy}{dx}.$$

সাধারণ সমাধান এবং singular সমাধান নির্ণয় করুন :

$$p = \log(px - y); p = \frac{dy}{dx}.$$

- c) Solve :  $\frac{dy}{dx} + 2xy = xy^3$ .

সমাধান করুন :  $\frac{dy}{dx} + 2xy = xy^3$ .

- d) Solve :  $y(2xy + 1)dx + x(1 + 2xy + x^2y^2)dy = 0$ .

সমাধান করুন :  $y(2xy + 1)dx + x(1 + 2xy + x^2y^2)dy = 0$ .

---