

West Bengal State University
B.A./B.Sc./B.Com. (Honours, Major, General) Examinations, 2012

PART - II
MATHEMATICS — GENERAL
Paper - III

Duration : 3 Hours]

[Full Marks

The figures in the margin indicate full marks.

প্রান্তস্থ সংখ্যাগুলি পূর্ণমানের দ্যোতক।

Answer **Group-A** and **B** and any *one* Group from **Group-C, D** and **E**.
বিভাগ-ক ও খ এবং বিভাগ-গ, ঘ ও ঙ-এর মধ্যে যে কোন একটি বিভাগের উত্তর দিন।

GROUP - A

বিভাগ - ক

[Full Marks : 20]

[পূর্ণমান : 20]

Answer Question No. 1 and any *two* from the rest.

১নং প্রশ্ন এবং অন্য যে কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন।

1. Answer any *two* questions :

2 × 2

যে কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

a) Approximate the numbers 0.02302 and 725.57 correct up to three significant digits. 5.

0.02302 এবং 725.57 সংখ্যাঙ্কের আসন্ন মান তিনটি সার্থক অঙ্ক পর্যন্ত নির্ণয় করুন।

b) If $y = 6x^4 - 5x$, find the percentage error in y at $x = 1$, when the error in x is 0.03. $y = 6x^4 - 5x$ হলে, $x = 1$ -এ y -এর শতকরা ত্রুটি নির্ণয় করুন, যেখানে x -এর ত্রুটি 0.03।c) Prove that : $E^{-1}\Delta f(x) = \Delta E^{-1}f(x)$ প্রমাণ করুন : $E^{-1}\Delta f(x) = \Delta E^{-1}f(x)$ d) Show that, $\Delta^4 y_0 = y_4 - 4y_3 + 6y_2 - 4y_1 + y_0$ দেখান যে, $\Delta^4 y_0 = y_4 - 4y_3 + 6y_2 - 4y_1 + y_0$

2. a) Find the missing value in the following table :

প্রদত্ত সারণী থেকে লুপ্ত মানটি নির্ণয় করুন :

x	2	4	6	8	10
y	5.6	8.6	13.9	—	35.6

6.

- b) State Newton's backward interpolation formula with its remainder term. 3

নিউটনের পশ্চাদবর্তী অন্তঃমান সূত্রটি অবশিষ্ট পদসহ বিবৃত করুন।

3. a) Compute $\int_0^2 x^3 dx$ by Trapezoidal rule by taking $n = 5$ and calculate the absolute error. 5

Trapezoidal পদ্ধতিতে $n = 5$ ধরে $\int_0^2 x^3 dx$ -এর মান নির্ণয় করুন এবং এর পরম ত্রুটি নির্ণয় করুন।

- b) If $f(x) = e^{ax+b}$, prove that $f(0)$, $\Delta f(0)$ and $\Delta^2 f(0)$ are in G.P. 3

যদি $f(x) = e^{ax+b}$ হয়, তবে প্রমাণ করুন $f(0)$, $\Delta f(0)$ এবং $\Delta^2 f(0)$ গুণোত্তর শ্রেণীভুক্ত।

4. a) Using appropriate interpolation formula, find the value of $f(5)$ from the following data : 6

উপযুক্ত অন্তঃমান সূত্রের সাহায্যে নিম্নলিখিত তথ্য থেকে $f(5)$ -এর মান নির্ণয় করুন :

x	3	4	6	8
$f(x)$	4.5	13.2	43.7	56.4

- b) If a real root of the equation $x^2 - x - 1 = 0$ lies in $(1, 2)$, locate real root correct up to two significant figures by tabular method. 2

যদি $x^2 - x - 1 = 0$ সমীকরণের একটি বাস্তব বীজ $(1, 2)$ বিস্তারে থাকে, তবে Tabular পদ্ধতিতে দুটি সার্থক অঙ্ক পর্যন্ত সঠিক মানে বাস্তব বীজের স্থান নির্ণয় করুন।

5. a) Find the cube root of 10 correct up to 5 significant figures by Newton-Raphson method. 6

Newton-Raphson-এর পদ্ধতিতে পাঁচটি সার্থক অঙ্ক পর্যন্ত সঠিক 10-এর ঘনমূল নির্ণয় করুন।

- b) Prove that, E^{-1} is a linear operator. 2

প্রমাণ করুন যে, E^{-1} একটি রৈখিক প্রকারক।

GROUP - B

বিভাগ - খ

[Full Marks : 40]

[পূর্ণমান : 40]

Answer Question No. 6 and any two from the rest.

৬নং প্রশ্ন এবং অন্য যে কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন।

6. Answer any four questions : 4 × 2 = 8

যে কোন চারটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

- a) State the fundamental theorem of L.P.P.

L.P.P.-র মৌলিক উপপাদ্যটি লিখুন।

- b) Draw graphically the feasible space given by the L.P.P.

প্রদত্ত L.P.P.টির কার্যকর দেশ লেখচিত্রের সাহায্যে প্রকাশ করুন :

$$\text{Maximize } Z = 2x_1 + x_2$$

$$\text{subject to } x_1 \leq 2$$

$$x_2 \geq 3$$

$$x_1 + x_2 \geq 1$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

- c) Define convex combination of a set of r vectors x_1, x_2, \dots, x_r from E^n .

E^n -দেশে r -সংখ্যক ভেক্টর x_1, x_2, \dots, x_r -এর উত্তল সমবায়ের সংজ্ঞা দিন।

- d) Write down the dual of the following L.P.P. :

নীচের L.P.P. টির দ্বৈত সমস্যাটি লিখুন :

$$\text{Minimize } Z = 3x_1 - 2x_2$$

$$\text{subject to } 2x_1 + x_2 \leq 1$$

$$-x_1 + 3x_2 \geq 4$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

- e) Find the initial basic feasible solution of the following transportation prob⁸. by North-West corner method :

North-West corner পদ্ধতিতে নীচের পরিবহন সমস্যাটির একটি মৌল কার্যকর সমাধান নির্ণয় করুন।

	D_1	D_2	D_3	D_4	a_i
O_1	1	2	1	4	30
O_2	3	3	2	1	50
O_3	4	2	5	9	20
b_j	20	40	30	10	

- f) Show that $X = \{x : |x| \leq 2\}$ is a convex set.

দেখান যে $X = \{x : |x| \leq 2\}$ একটি উত্তল সেট।

- g) Find a basic feasible solution of the given equations :

প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়ের একটি মৌল কার্যকর সমাধান লিখুন :

$$x_1 + x_2 + x_3 = 5, \quad 2x_1 + 2x_2 + x_3 = 7$$

7. a) A coin is to be minted containing 40% silver, 50% copper, 10% nickel. The mint has available alloys A, B, C and D having the following compositions and costs. Present the problem of getting the alloys with specific composition at minimal cost in the form of an L.P.P. : 8

কোন টাঁকশালে শতকরা 40 ভাগ রূপা, 50 ভাগ তামা ও 10 ভাগ নিকেল দিয়ে মুদ্রা তৈরী করতে হবে। কিন্তু টাঁকশালে A, B, C এবং D এই চার ধরনের সংকর ধাতু আছে যাদের গঠন ও দাম নীচে দেওয়া হল। এই ধরনের সংকর ধাতুগুলি কি পরিমাণ মেশালে সবচেয়ে কম খরচে মুদ্রা পাওয়া যাবে — এই সমস্যাটি একটি L.P.P. হিসাবে উপস্থাপিত করুন :

	% Silver (রূপা)	% Copper (তামা)	% Nickel (নিকেল)	Cost (দাম)
A	30	60	10	Rs. 11.00
B	35	35	30	Rs. 12.00
C	50	50	0	Rs. 16.00
D	40	45	15	Rs. 14.00

- b) Solve by Charne's Big-M method : 8

Charne's Big-M পদ্ধতিতে সমাধান করুন :

$$\text{Maximize } Z = 2x_1 - 3x_2$$

$$\text{subject to } x_1 - x_2 \leq 2$$

$$5x_1 + 4x_2 \leq 46$$

$$7x_1 + 2x_2 \geq 32$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

8. a) Find the dual of the following L.P.P. : 8

নিম্নলিখিত L.P.P. টির দ্বৈত সমস্যাটি লিখুন :

$$\text{Maximize } Z = x_1 + 4x_2 + 3x_3$$

$$\text{subject to } 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 \leq 2$$

$$3x_1 - x_2 + 6x_3 \geq 1$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 4$$

$$x_1, x_2 \geq 0, x_3 \text{ unrestricted (অবাধ)।}$$

- b) Obtain an optimum basic feasible solution to the following transportation problem : 8

নিম্নলিখিত পরিবহন সমস্যাটির উত্তম মৌল কার্যকর সমাধান নির্ণয় করুন :

	W_1	W_2	W_3	W_4	
F_1	19	30	50	10	7
F_2	70	30	40	60	9
F_3	40	8	70	20	18
	5	8	7	14	

9. a) Solve graphically the following L.P.P. :

লেখচিত্রের সাহায্যে নিম্নলিখিত L.P.P.টির সমাধান করুন :

$$\text{Maximize } Z = 3x_1 + 2x_2$$

$$\text{subject to } -2x_1 + x_2 \leq 1$$

$$x_1 \leq 2$$

$$x_1 + x_2 \leq 3$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

- b) Solve the following L.P.P. by simplex method :

Simplex পদ্ধতিতে নিম্নলিখিত L.P.P. টির সমাধান করুন :

$$\text{Maximize } Z = 4x_1 + 7x_2$$

$$\text{subject to } 2x_1 + x_2 \leq 10$$

$$x_1 + x_2 \leq 6$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 10$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

10. a) i) Show that a hyper plane in E^n is a convex set.

প্রমাণ করুন যে E^n দেশে একটি পরাসমতল সর্বদা উত্তল সেট হবে।

- ii) Show that the following L.P.P. has an unbounded solution :

দেখান যে, নীচের L.P.P. টি অ-সীমাবদ্ধ সমাধানের অস্তিত্ব নির্দেশ করে :

$$\text{Minimize } Z = 3x - 2y$$

$$\text{subject to } x - y \leq 1$$

$$3x - 2y \leq 6$$

$$x, y \geq 0$$

- b) A company has five employees A, B, C, D, E and five fixed jobs U, V, X, Y, Z. The number of hours each employee would take to perform each job is given in following table. How would the jobs be allocated to minimize the total time?

একটি সংস্থায় A, B, C, D, E পাঁচজন কর্মচারী এবং U, V, X, Y, Z পাঁচটি নির্দিষ্ট কাজ আছে।

কর্মচারীর প্রতিটি কাজ করার জন্য যে সময় লাগে তা নীচের সারণীতে প্রদত্ত আছে। কাজগুলি কর্মচারী

মধ্যে কিভাবে আরোপ করা হলে সর্বমোট সময় সর্বাপেক্ষা কম লাগবে ?

	A	B	C	D	E
U	3	5	10	15	8
V	4	7	15	18	8
X	8	12	20	20	12
Y	5	5	8	10	6
Z	10	10	15	25	10

GROUP - C

বিভাগ - গ

[Full Marks : 40]

[পূর্ণমান : 40]

(Analytical Dynamics)

Answer Question No. 11 and any two from the rest.

১১নং প্রশ্ন এবং অন্য যে কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন।

11. Answer any four questions :

4 × 2 = 8

যে কোন চারটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

a) A heavy ball is dropped from a height h on the horizontal floor. If e be the coefficient of elasticity, find the loss of kinetic energy due to its first impact.

h উচ্চতা থেকে একটি ভারী বলকে অনুভূমিক তলের উপর ফেলা হল। e যদি স্থিতিস্থাপক সহগ হয় তবে প্রথম সংঘর্ষজনিত গতিশক্তি বিনাশের পরিমাণ নির্ণয় করুন।

b) The velocity v of a particle moving in a straight line at any instant t , when its distance from the origin is x , is given by $x = \frac{1}{2}v^2$; show that the acceleration of the particle is constant.

সরলরেখায় চলমান একটি কণার মূলবিন্দু থেকে x দূরত্বে কোন মুহূর্তে t তে তার গতিবেগ v , যদি

$x = \frac{1}{2}v^2$ দ্বারা নির্ণীত হয়, তবে দেখান যে কণাটির ত্বরণ ধ্রুবক।

c) Show that in a central orbit the angular momentum of the particle about the origin is always constant.

কেন্দ্রীয় কক্ষপথে চলমান বস্তুকণার জন্য দেখান যে মূলবিন্দুর সাপেক্ষে কৌণিক ভরবেগ সর্বদা ধ্রুবক।

d) State any two of Kepler's laws of Planetary motion.

কেপলারের গ্রহ-সম্বন্ধীয় গতিসূত্রগুলির যে কোনো দুটি বিবৃত করুন।

e) From what height must a heavy elastic ball be dropped on the floor so that rebounding once it will reach a height of 8 metre ? (Let $e = \frac{1}{2}$)

কত উচ্চতা থেকে একটি ভারী স্থিতিস্থাপক বলকে মাটিতে ফেললে সেটি একবার লাফিয়ে ৪ মিটার উচ্চতায় উঠতে পারবে ? ($e = \frac{1}{2}$ ধরুন)

- f) A cricket ball moving with a velocity of 25 m/s is struck by a bat which causes it to move in the same straight line but in opposite direction with a velocity of 15 m/s. If the impulse generated by the bat be 600 dyne-sec, find the mass of the ball.

25 মি/সে বেগে ধাবমান একটি ক্রিকেট বলকে ব্যাট দ্বারা আঘাত করার পর বলটি একই সরলরেখায় বিপরীত দিকে 15 মি/সে বেগে গতিশীল হয়। আঘাতের ফলে যদি 600 ডাইন-সেকেন্ড ঘাতের সৃষ্টি তবে বলটির ভর কত ?

- g) A particle describes a parabola $r = a \sec^2 \frac{\theta}{2}$ such that cross-radial velocity is constant. Show that $\frac{d^2 r}{dt^2}$ is constant.

একটি কণা $r = a \sec^2 \frac{\theta}{2}$ অধিবৃত্ত বরাবর এমনভাবে চলে যে সেটির লম্ব-অরীয় বেগ ধ্রুবক। প্রমাণ করুন যে $\frac{d^2 r}{dt^2}$ = ধ্রুবক।

12. a) An engine draws a train of weight 200 tons along a level track at 60 m.p.h. against a resistance which may be taken as 12 lbs wt/ton. Find the horsepower necessary to draw the train at the same speed up an incline of 1 in 160.

$$160 \left(\sin \alpha = \frac{1}{160} \right).$$

200 টন ওজনের রেলগাড়ীকে একটি ইঞ্জিন অমসৃণ সমতল পথে 60 মাইল/ঘণ্টা বেগে টেনে নিয়ে যেতে হবে। যদি প্রতিরোধজনিত বলের মান প্রতি টনে 12 পাউন্ড-ওয়েট হয়, তাহলে গাড়ীটিকে উন্নত পথে $\left(\sin \alpha = \frac{1}{160} \right)$, একই বেগে টেনে নিয়ে যাওয়ার জন্য কত অশ্বশক্তি ইঞ্জিনের প্রয়োজন তা নির্ণয় করুন।

- b) Find the tangential and normal components of velocity and acceleration of a particle moving along a plane curve.

সমতলীয় বক্ররেখায় চলমান একটি কণার বেগ ও ত্বরণের স্পর্শক উপাংশ ও অভিলম্ব উপাংশ নির্ণয় করুন।

13. a) Write down the equations of motion of a particle moving in a central orbit under a central force P and deduce the differential equation in the form $\frac{h^2 dp}{p^3 dr} = P$, symbols having usual meaning.

কেন্দ্রীয় বল P -এর অধীনে কেন্দ্রীয় কক্ষপথে গতিশীল একটি কণার গতির সমীকরণ লিখুন এবং প্রমাণ করুন যে $\frac{h^2 dp}{p^3 dr} = P$; প্রতীকগুলি প্রচলিত অর্থে ব্যবহৃত হয়েছে।

- b) A particle moves under a central repulsive force $m\mu(\text{distance})^{-3}$ and is projected from an apse at a distance 'a' with a velocity v . Show that the equation to the path is $r \cos p\theta = a$, and the angle described in time 't' is $\frac{1}{p} \tan^{-1}\left(\frac{pvt}{a}\right)$, where $p^2 = \frac{a^2v^2 + \mu}{a^2v^2}$. 8

একটি বস্তুকণার ওপর একটি কেন্দ্রীয় বিকর্ষী বল $m\mu \div (\text{দূরত্ব})^3$ ক্রিয়াশীল। বস্তুকণাটিকে a দূরত্বে অবস্থিত apse থেকে v বেগে ক্ষেপণ করা হল। প্রমাণ করুন যে বস্তুকণার গতিপথের সমীকরণ হবে $r \cos p\theta = a$ এবং ঐ কণাটি t সময়ে কেন্দ্রে যে কোণ উৎপন্ন করে তা হবে $\frac{1}{p} \tan^{-1}\left(\frac{pvt}{a}\right)$, যেখানে

$$p^2 = \frac{a^2v^2 + \mu}{a^2v^2} \text{।}$$

14. a) T_1 and T_2 are periods of vertical oscillations of two different weights suspended by an elastic string. If c_1 and c_2 be the statical extensions due to these weights and g the acceleration due to gravity, show that $g = \frac{4\pi^2(c_1 - c_2)}{T_1^2 - T_2^2}$. 8

একটি স্থিতিস্থাপক দড়ির দ্বারা দুটি বিভিন্ন ওজন ঝোলালে T_1 এবং T_2 দুটি উল্লম্ব দোলনের পর্যায়কাল পাওয়া যায়। ঐ দুটি ওজনের ফলে যদি দড়িটির দৈর্ঘ্য c_1 এবং c_2 প্রসারিত হয় তবে দেখান যে,

$$g = \frac{4\pi^2(c_1 - c_2)}{T_1^2 - T_2^2}, \text{ যেখানে } g \text{ হল অভিকর্ষজ ত্বরণ।}$$

- b) A particle is acted on by a force parallel to the axis of y , whose acceleration, always directed towards the axis of x , is μy^{-2} and when $y = 2a$, it is projected with velocity $\sqrt{\frac{\mu}{a}}$ parallel to the x -axis. Prove that the path is a cycloid. 8

কোন তলে গতিশীল একটি বস্তুকণার উপর একটি বল μy^{-2} ক্রিয়াশীল, বলটি সর্বদা y -অক্ষের সমান্তরাল এবং x -অক্ষের অভিমুখে ক্রিয়া করে। যদি প্রাথমিক অবস্থায় বস্তুকণাটিকে $y = 2a$ থেকে x -অক্ষের সঙ্গে সমান্তরাল দিকে $\sqrt{\frac{\mu}{a}}$ বেগে ক্ষেপণ করা হয়, তাহলে প্রমাণ করুন যে বস্তুকণার গতিপথ হল একটি cycloid।

15. a) A particle is projected from the surface of the earth with a velocity V . Show that if the resistance of the air be neglected, the path is an ellipse of major axis $\frac{2ga^2}{2ag - V^2}$ where a = radius of the earth, g = acceleration due to gravity on the surface of the earth and $V^2 < 2ag$.

একটি বস্তুকণা V গতিবেগে পৃথিবীপৃষ্ঠ থেকে উৎক্ষিপ্ত হল। বায়ুজনিত বাধা অগ্রাহ্য করলে প্রমাণ করুন বস্তুকণার গতিপথ পরাম্ব $\frac{2ga^2}{2ag - V^2}$ বিশিষ্ট একটি উপবৃত্ত, যেখানে a = পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, g = পৃথিবীর অভিকর্ষজ ত্বরণ এবং $V^2 < 2ag$ ।

- b) Define escape velocity. Find an approximate expression for it.

মুক্তিবেগের সংজ্ঞা লিখুন। এর একটি আসন্ন অভিব্যক্তি নির্ণয় করুন।

GROUP - D

বিভাগ - ঘ

[Full Marks : 40]

[পূর্ণমান : 40]

(Probability and Statistics)

Answer Question No. 16 and any two from the rest.

১৬নং প্রশ্ন এবং অন্য যে কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন।

16. Answer any four questions :

4 × 2 =

যে কোন চারটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

- a) Define 'event space' and 'random experiment'.

ঘটনাদেশ ও সম্ভাবনাভিত্তিক পরীক্ষণের সংজ্ঞা দিন।

- b) Two dice are thrown. Let A and B be the events that "the result is six in the first dice" and "the result is six in the second dice" respectively. Show that these two events are independent but not mutually exclusive.

একজোড়া লুডের ছক্কা নিক্ষিপ্ত হল। A ও B দুটি ঘটনা যাতে যথাক্রমে "প্রথম ছকার ফল হল ছয়" এবং "দ্বিতীয় ছকার ফল হল ছয়"। দেখান যে এই দুটি ঘটনা স্বাধীন কিন্তু পরস্পর বিচ্ছিন্ন নয়।

- c) Show that $P(AB) \geq P(A) + P(B) - 1$, A and B are any two events.

দেখান যে $P(AB) \geq P(A) + P(B) - 1$, যেখানে A ও B যে কোন দুটি ঘটনা।

- d) Justify the following :

The mean of a binomial distribution is 4 and the standard deviation is 3.

সত্যতা যাচাই করুন :

একটি দ্বিপদ বিভাজনের গড় এবং সম্যকচ্যুতি যথাক্রমে 4 এবং 3।

- e) If A , G , H be the Arithmetic mean, Geometric mean and Harmonic mean respectively for two distinct observations, then show that $AH = G^2$.

যদি A , G , H যথাক্রমে সমান্তরীয়, গুণোত্তরীয় ও হরাত্মক মধ্যক হয় দুটি ভিন্ন পর্যবেক্ষণের জন্য, তবে প্রমাণ করুন যে $AH = G^2$ ।

- f) If the regression equation of y on x be $y = 0.57x + 6.93$ and the regression equation of x on y be $x = 1.12y - 2.46$, find the correlation coefficient r between x and y .

দুটি চলরাশির জন্য y -এর x -এর উপরে নির্ভরণরেখা $y = 0.57x + 6.93$ এবং x -এর y -এর উপরে নির্ভরণরেখা $x = 1.12y - 2.46$ হয়, তবে x এবং y -এর মধ্যে সহগাঙ্ক r -এর মান নির্ণয় করুন।

- g) Determine the value of k such that $f(x)$ defined by

$$f(x) = \begin{cases} kx(1-x), & 0 < x < 1 \\ 0 & , \text{ elsewhere} \end{cases}$$

is a probability density function of a continuous variable.

k ধ্রুবকটির মান নির্ণয় করুন $f(x)$ যাতে সংগত হয়

$$f(x) = kx(1-x), \quad 0 < x < 1$$

$$= 0, \quad x \text{ এর অপর মানের জন্য,}$$

একটি সম্ভব সম্ভাব্য চলরাশির ঘনত্ব অপেক্ষক নির্দেশ করে।

17. a) The expenditure of 100 families is given below :

Expenditure (in Rs.) :	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
No. of families :	14	—	27	—	15

Mode of the distribution is 24. Calculate missing frequencies. 8

100 টি পরিবারের খরচের পরিসংখ্যা বিভাজন নীচে দেওয়া হল :

খরচ (টাকায়) :	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
পরিবারের সংখ্যা :	14	—	27	—	15

এই বিভাজনের সংখ্যাগরিষ্ঠমান (mode) 24 হলে অজানা পরিসংখ্যাগুলি নির্ণয় করুন।

- b) Prove that the correlation coefficient does not depend on the change of origin or scale of the observation.

প্রমাণ করুন যে প্রদত্ত রাশি দুটির সহগাঙ্ক তাদের মূলবিন্দু পরিবর্তনের ওপর বা স্কেল পরিবর্তনের নির্ভরশীল নয়।

18. a) A sample of size x is drawn from the binomial distribution $f(x, p) = p^x q^{1-x}$, $x = 0, 1$. Find the likelihood estimate of p .

একটি দ্বিপদ বিভাজন থেকে x -সংখ্যার একটি নমুনা সংগ্রহ করা হল। বিভাজনটি $f(x, p) = p^x q^{1-x}$, $x = 0, 1$ । p -এর likelihood পরিমাপক নির্ণয় করুন।

- b) State and prove the theorem of total probability for any two events.

যে কোন দুটি ঘটনার সম্ভাবনার সমষ্টি বিষয়ক উপপাদ্যটি বিবৃত করুন এবং প্রমাণ করুন।

19. a) An integer is chosen at random from the first 100 positive integers. What is the probability that the integer is divisible by 6 or 8?

প্রথম 100 টি পূর্ণসংখ্যা থেকে যে কোন একটি পূর্ণসংখ্যাকে বেছে নেওয়া হল। পূর্ণসংখ্যাটি 6 বা 8 দ্বারা বিভাজ্য হওয়ার সম্ভাবনা কত?

- b) Calculate the price index number of Paasche's method for the year 2000 with 1990 as base year :

Commodity	1990		2000	
	Price	Quantity	Price	Quantity
A	65	40	81	46
B	72	35	90	54
C	57	92	77	72

Paasche's-এর পদ্ধতির সাহায্যে 1990 সালকে ভিত্তি বৎসর ধরে 2000 সালের দাম সূচক নির্ণয় করুন :

দ্রব্য	1990		2000	
	দাম	পরিমাণ	দাম	পরিমাণ
A	65	40	81	46
B	72	35	90	54
C	57	92	77	72

20. a) The random variable X has the distribution given by $P(X = k) = 2^{-k}$, $k = 1, 2, \dots$
Show that $E(X) = \text{Var}(X) = 2$. 8

র্যানডম চল X -এর বিভাজন নীচে দেওয়া হল :

$$P(X = k) = 2^{-k}, k = 1, 2, \dots$$

দেখান যে, $E(X) = \text{Var}(X) = 2$.

- b) Determine the trend using 4-year moving average method from the following data : 8

নীচের তথ্য শ্রেণীর ক্ষেত্রে 4-বর্ষীয় গতিশীল গড় নির্ণয় করুন :

Year (বৎসর) :	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997
Yearly sale (বাৎসরিক বিক্রয়) :	3.6	4.3	4.3	3.4	4.4	5.4	3.4	2.4
(Rs. '0000)								

GROUP - E

বিভাগ - ঙ

[Full Marks : 40]

[পূর্ণমান : 40]

(Difference Equation and Calculus of Variation)

(Throughout the entire group, Δ stands for the difference operator, E stands for the shift operator and $y'(x)$ stands for $\frac{dy}{dx}$)

(সমগ্র বিভাগে Δ = পার্থক্য অপারেটর, E = শিফট অপারেটর ও $y'(x) = \frac{dy}{dx}$ বুঝবেন)

Answer Question No. 21 and any two from the rest.

২১নং প্রশ্ন এবং অন্য যে কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন।

21. Answer any four questions :

$4 \times 2 = 8$

যে কোন চারটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

- a) Taking difference interval unity obtain the difference equation if

$$U_x = (C + Dx) 3^x, C \text{ and } D \text{ being a constant.}$$

যদি $U_x = (C + Dx) 3^x$ হয় তবে পার্থক্য অন্তর 1 নিয়ে সমীকরণটি নির্ণয় করুন। C এবং D ধ্রুবক।

- b) If $y = cx + c^2$, show that $y = x\Delta y + (\Delta y)^2$.
 যদি $y = cx + c^2$, দেখান যে, $y = x\Delta y + (\Delta y)^2$.
- c) If $y_n = n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)$, find $\Delta^5 y_n$.
 যদি $y_n = n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)$, $\Delta^5 y_n$ -এর মান নির্ণয় করুন।
- d) Write down the Euler's equation for the following extremal problem :
 নীচের Functional টির চরম মানের জন্য Euler সমীকরণটি লিখুন :

$$V[y(x)] = \int_1^2 \frac{\sqrt{1+y'^2}}{x} dx ; y(1) = 0, y(2) = 1$$

- e) Determine $\Delta^{-1}x^3$.
 $\Delta^{-1}x^3$ এর মান নির্ণয় করুন।
- f) If $u_x = ax - 3$ where a is a constant, then obtain the corresponding difference equation.

যদি $u_x = ax - 3$ হয়, যেখানে a একটি ধ্রুবক, অন্তর সমীকরণটি নির্ণয় করুন।

- g) Show that $\left(\frac{\Delta}{E}\right) \sin 2x = 2 \cos(2x-h) \sin h$.

প্রমাণ করুন যে $\left(\frac{\Delta}{E}\right) \sin 2x = 2 \cos(2x-h) \sin h$

22. a) Solve : $u_{x+2} - 2u_{x+1} + u_x = 3x^3$

সমাধান করুন : $u_{x+2} - 2u_{x+1} + u_x = 3x^3$

- b) Find u_n , if $u_1 = 21$, $u_2 = 1$ and $u_n + 3u_{n-1} - 4u_{n-2} = 0$, $n \geq 3$.

u_n এর মান নির্ণয় করুন যেখানে $u_n + 3u_{n-1} - 4u_{n-2} = 0$, $n \geq 3$ এবং $u_1 = 21$, $u_2 = 1$

- c) Find the extremal of the functional

$$V[y(x)] = \int_a^b y \sqrt{1+y'^2} dx ; y(a) = y_1 \text{ and } y(b) = y_2.$$

$$V[y(x)] = \int_a^b y \sqrt{1+y'^2} dx ; y(a) = y_1 \text{ এবং } y(b) = y_2 \text{ এই Functional-টির extremal}$$

নির্ণয় করুন।

23. a) Solve : $u_{x+2} - 7u_{x+1} + 10u_x = 12e^{3x} + 4^x$. 6

সমাধান করুন : $u_{x+2} - 7u_{x+1} + 10u_x = 12e^{3x} + 4^x$.

- b) Find the extremal of the functional

$$V[y(x)] = \int_0^{\pi} (4y \cos x + y'^2 - y^2) dx; \quad y(0) = 0, \quad y(\pi) = 0 \quad 5$$

$$V[y(x)] = \int_0^{\pi} (4y \cos x + y'^2 - y^2) dx; \quad y(0) = 0, \quad y(\pi) = 0 \text{ টির extremal নির্ণয় করুন।}$$

- c) Show that $\Delta^{-1} \cos ax = \frac{1}{2 \sin \frac{a}{2}} \sin \left(ax - \frac{a}{2} \right)$. 5

$$\text{দেখান যে, } \Delta^{-1} \cos ax = \frac{1}{2 \sin \frac{a}{2}} \sin \left(ax - \frac{a}{2} \right)$$

24. a) State and prove the problem of Brachistochrone. 2 + 8

Brachistochrone সমস্যাটি বিবৃত করুন এবং প্রমাণ করুন।

- b) Show that the solution of the equation

$$u_{x+4} + u_x = 0 \text{ is } u_x = A \cos \left(\frac{\pi}{4} x + \varepsilon \right) + B \cos \left(\frac{3\pi}{4} x + \varepsilon' \right). \quad 6$$

$$\text{দেখান যে } u_{x+4} + u_x = 0 \text{ সমীকরণটির সমাধান হল } u_x = A \cos \left(\frac{\pi}{4} x + \varepsilon \right) + B \cos \left(\frac{3\pi}{4} x + \varepsilon' \right).$$

25. a) Solve : $u_{x+2} + au_{x+1} + bu_x = 0$. 6

$$\text{সমাধান করুন : } u_{x+2} + au_{x+1} + bu_x = 0.$$

- b) Find the extremal of the isoperimetric problem :

$$V[y(x)] = \int_0^1 \left[\{y'(x)\}^2 + x^2 \right] dx$$

$$\text{given that } \int_0^1 y^2 dx = 2, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = 0. \quad 8$$

Isoperimetric সমস্যাটির extremal নির্ণয় করুন :

$$V[y(x)] = \int_0^1 [\{y'(x)\}^2 + x^2] dx$$

দেওয়া আছে $\int_0^1 y^2 dx = 2$, $y(0) = 0$, $y(1) = 0$.

c) Show that $\Delta^2 \log x = \log \left[1 - \frac{1}{(x-1)^2} \right]$ taking difference interval unity.

দেখান যে $\Delta^2 \log x = \log \left[1 - \frac{1}{(x-1)^2} \right]$, পার্থক্য অন্তরালকে একক ধরুন।