

**West Bengal State University**  
**B.A./B.Sc./B.Com. ( Honours, Major, General ) Exami**

**PART - I**

**MATHEMATICS — GENERAL**  
**Paper - I**

Duration : 3 Hours ]

*The figures in the margin indicate full marks.*

প্রাপ্তস্ব সংখ্যাগুলি পূর্ণমানের দ্যোতক।

**Group - A**

বিভাগ - ক

**( Classical Algebra )**

( ক্লাসিক্যাল বীজগণিত )

( Full Marks : 25 )

( পূর্ণমান : 25 )

Answer Question No. 1 and any *two* from the rest.

1 নং প্রশ্ন ও অন্য যে কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন।

1. a) Answer any *one* question :

যে কোন একটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

i) Correct or justify : All the roots of the equation  $2x^3 - 11x^2 + 28x - 24 = 0$  are complex.

শুদ্ধ করুন অথবা সত্যতা যাচাই করুন :  $2x^3 - 11x^2 + 28x - 24 = 0$  এর কাল্পনিক।

ii) On the complex plane, let  $P(z)$  be a variable point such that  $|z + 3i| = 4$ . Find the locus of  $P$ .

জটিল তলের উপর  $P(z)$  এমন চলমান বিন্দু যাতে  $|z + 3i| = 4$ ।  $P$  এর লোকাস নির্ণয় করুন।

1. A  
2.  
3.  
4.  
5.  
6.  
7.  
8.  
9.  
10.  
11.  
12.  
13.  
14.  
15.  
16.  
17.  
18.  
19.  
20.  
21.  
22.  
23.  
24.

1.  
2.  
3.  
4.  
5.  
6.  
7.  
8.  
9.

Comm  
Paper  
Paper  
Paper

Comm  
Paper

Paper I  
Paper I  
Comm  
Paper I  
Paper II  
Paper II  
Paper IV  
Paper V  
Paper VI

Part I  
Paper I  
Paper II  
Paper III  
Paper IV  
Paper V  
Paper VI  
Part II  
Paper VII

Paper VII  
Paper IX

MODERN II  
(a)  
(b)  
(c)

- iii) Show that the matrix  $A = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$  is an orthogonal matrix.

দেখান যে  $A = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$  ম্যাট্রিক্সটি একটি লম্ব ম্যাট্রিক্স।

- b) Answer any one question :

$$1 \times 3 = 3$$

কোন একটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

- i) Solve the equation  $x^3 - 3x^2 - 4x + 12 = 0$ ; given that two of its roots are equal in magnitude but opposite in sign.

$x^3 - 3x^2 - 4x + 12 = 0$  সমীকরণটি সমাধান করুন, যেখানে সমীকরণটির দুটি বীজের পরম মান সমান ও বীজদ্বয় বিপরীত চিহ্নযুক্ত।

- ii) Provide without expanding that  $\begin{vmatrix} a & d & 3a - 4d \\ b & e & 3b - 4e \\ c & f & 3c - 4f \end{vmatrix} = 0$ .

বিস্তার না করে প্রমাণ করুন যে  $\begin{vmatrix} a & d & 3a - 4d \\ b & e & 3b - 4e \\ c & f & 3c - 4f \end{vmatrix} = 0$ .

- iii) Let  $A, B, C$  be three matrix so that  $AB = AC$  and  $A \neq O$ , where  $O$  is the null matrix. Give an example to show that this does not imply  $B = C$ .

$A, B, C$  তিনটি ম্যাট্রিক্স যেখানে  $A \neq O$  এবং  $AB = AC$ ,  $O$  একটি শূন্য ম্যাট্রিক্স। একটি উদাহরণ দিন যে এর দ্বারা  $B = C$  বোঝায় না।

2. a) If  $\sin^{-1}(u + iv) = a + ib$ , where  $u, v, a, b$  are real numbers, then prove that  $1 + u^2 + v^2 = \sin^2 a + \cosh^2 b$ . 5

যদি  $\sin^{-1}(u + iv) = a + ib$  হয়, যেখানে  $u, v, a, b$  সকলেই বাস্তব সংখ্যা, তবে দেখান যে  $1 + u^2 + v^2 = \sin^2 a + \cosh^2 b$ .

- b) If  $n$  is an integer and  $\theta$  is real, then show that  

$$(1 + \cos \theta + i \sin \theta)^n + (1 + \cos \theta - i \sin \theta)^n = 2^{n+1} \cos^n \frac{\theta}{2} \cos \frac{n\theta}{2}.$$

$n$  একটি পূর্ণসংখ্যা ও  $\theta$  বাস্তব হলে দেখান যে

$$(1 + \cos \theta + i \sin \theta)^n + (1 + \cos \theta - i \sin \theta)^n = 2^{n+1} \cos^n \frac{\theta}{2} \cos \frac{n\theta}{2}.$$

3. a) If  $\alpha, \beta, \gamma$  are the roots of the equation  $2x^3 + 3x^2 - x - 1 = 0$ , find the equation whose roots are  $\frac{\alpha}{\beta + \gamma}, \frac{\beta}{\gamma + \alpha}, \frac{\gamma}{\alpha + \beta}$ .

যদি  $\alpha, \beta, \gamma, 2x^3 + 3x^2 - x - 1 = 0$  সমীকরণটির বীজ হয়, তবে এমন একটি সমীকরণ নির্ণয় কর যার বীজগুলি  $\frac{\alpha}{\beta + \gamma}, \frac{\beta}{\gamma + \alpha}, \frac{\gamma}{\alpha + \beta}$ .

- b) Solve by Cardan's method :  $x^3 - 12x + 65 = 0$ .

কার্ডান পদ্ধতিতে সমাধান করুন :  $x^3 - 12x + 65 = 0$

4. a) Prove that 
$$\begin{vmatrix} b+c & c+a & a+b \\ q+r & r+p & p+q \\ y+z & z+x & x+y \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ x & y & z \end{vmatrix}.$$

প্রমাণ করুন যে 
$$\begin{vmatrix} b+c & c+a & a+b \\ q+r & r+p & p+q \\ y+z & z+x & x+y \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ x & y & z \end{vmatrix}.$$

- b) Solve by Cramer's rule :

$$3x - 2y + z = -1$$

$$-x + y + 7z = 1$$

$$4x - 3y - 2z = -2$$

Cramer-এর নিয়মে সমাধান করুন :

$$3x - 2y + z = -1$$

$$-x + y + 7z = 1$$

$$4x - 3y - 2z = -2$$

5. a) If  $A + I = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ -1 & 1 & 3 \\ -2 & -3 & 1 \end{bmatrix}$ , evaluate  $(A + I)(A - I)$ , where  $I$  represents the  $3 \times 3$  identity matrix. 5

যদি  $A + I = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ -1 & 1 & 3 \\ -2 & -3 & 1 \end{bmatrix}$  হয় তবে  $(A + I)(A - I)$ -এর মান নির্ণয় করুন যেখানে  $I$  একটি  $3 \times 3$  একক ম্যাট্রিক্স।

- b) Find the inverse of the matrix  $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}$  and using it solve the following system of equations :

$$2x + y + z = 5$$

$$2x + y - z = 1$$

$$x - y = 0$$

3 + 2

$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}$  ম্যাট্রিক্সটির বিপরীত ম্যাট্রিক্স নির্ণয় করুন এবং এর সাহায্যে নিম্নলিখিত সমীকরণগুলির

সমাধান করুন :

$$2x + y + z = 5$$

$$2x + y - z = 1$$

$$x - y = 0$$

## Group - B

বিভাগ - খ

( Full Marks : 15 )

( পূর্ণমান : 15 )

Answer Question No. 6 and any one from the rest.

6 নং প্রশ্ন ও অন্য যে কোন একটি প্রশ্নের উত্তর দিন।

6. Answer any one question :

1 × 3 =

যে কোন একটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

- a) Show that the equation  $4xy - 3x^2 = 1$  is transformed to  $x^2 - 4y^2 = 1$  by rotating the axes through an angle  $\tan^{-1}2$ .

দেখান যে অক্ষদ্বয়  $\tan^{-1}2$  কোণে আবর্তন করলে  $4xy - 3x^2 = 1$  সমীকরণটি  $x^2 - 4y^2 = 1$  সমীকরণে পরিবর্তিত হয়।

- b) Find the angle between the pair of straight lines represented by the equation  $12x^2 + 25xy + 7y^2 = 0$ .

$12x^2 + 25xy + 7y^2 = 0$  সরলরেখাদ্বয়ের অন্তর্গত কোণের মান নির্ণয় করুন।

- c) Transform  $r^2 \cos 2\theta = a^2$  into Cartesian equation.

$r^2 \cos 2\theta = a^2$  সমীকরণটিকে কার্তেসীয় সমীকরণে পরিবর্তিত করুন।

7. a) Reduce the equation  $7x^2 - 6xy - y^2 + 4x - 4y - 2 = 0$  to its canonical form and find the nature of the conic.

$7x^2 - 6xy - y^2 + 4x - 4y - 2 = 0$  সমীকরণটিকে আদর্শ আকারে পরিণত করুন এবং সেটির প্রকৃতির কণিক সূচিত করে তা লিখুন।

- b) Find the polar equation of the straight line joining two points on the conic  $\frac{l}{r} = 1 - e \cos \theta$ , whose vectorial angles are  $\alpha$  and  $\beta$ . 6

$\frac{l}{r} = 1 - e \cos \theta$  কণিকটির উপর অবস্থিত দুটি বিন্দুর ভেক্টোরিয়াল কোণ  $\alpha$  এবং  $\beta$ । বিন্দু দুটির সংযোজক সরল রেখাটির পোলার সমীকরণ নির্ণয় করুন।

$1 \times 3 = 3$

8. a) For what values of  $\lambda$ , the equation  $x^2 + \lambda xy - 2y^2 + 3y - 1 = 0$  represents a pair of straight lines? 2

$x^2 + \lambda xy - 2y^2 + 3y - 1 = 0$  সমীকরণটিতে  $\lambda$ -এর মান কত হলে, এটি একটি একজোড়া সরলরেখাদ্বয়ের সমীকরণকে সূচিত করবে তা নির্ণয় করুন।

1 by rotating

- b) Find the equation to the pair of straight lines joining origin to the points of intersection of the straight line  $y = mx + c$  and the circle  $x^2 + y^2 = a^2$ .

$x^2 - 4y^2 = 1$

the equation

Prove also that if the lines are perpendicular to each other then  $2c^2 = a^2(1 + m^2)$ . 3 + 1

$y = mx + c$  সরলরেখা এবং  $x^2 + y^2 = a^2$  বৃত্তটির ছেদবিন্দুগুলির সঙ্গে মূলবিন্দুর সংযোজনকারী সরলরেখাদ্বয়ের সমীকরণটি নির্ণয় করুন।

প্রমাণ করুন যে যদি সরলরেখাদুটি পরস্পর লম্ব হয় তবে  $2c^2 = a^2(1 + m^2)$

ical form and

5 + 1

- c) Show that the locus of poles of tangents to the parabola  $ay^2 + 2b^2x = 0$  with respect to the ellipse  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  in the parabola  $ay^2 - 2b^2x = 0$ . 6

ন এবং সেটি কি

দেখান যে  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  উপবৃত্তটির সাপেক্ষে,  $ay^2 + 2b^2x = 0$  অধিবৃত্তের স্পর্শকগুলির পোলার সঞ্চারণপথটিও একটি অধিবৃত্ত, যার সমীকরণ  $ay^2 - 2b^2x = 0$  হবে।

## Group - C

বিভাগ - গ

( Full Marks : 15 )

( পূর্ণমান : 15 )

9. Answer any one question :

1 × 3 =

যে কোন একটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

- a) Show that the vectors  $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ ,  $\vec{b} = \hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k}$  and  $\vec{c} = 3\hat{i} - 4\hat{j} - 4\hat{k}$  where  $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$  are unit vectors parallel to coordinate axes form the sides of a right angled triangle.

দেখান যে  $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ ,  $\vec{b} = \hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k}$  এবং  $\vec{c} = 3\hat{i} - 4\hat{j} - 4\hat{k}$  ভেক্টর তিনটি একটি সমকোণী ত্রিভুজের বাহুগুলিকে চিহ্নিত করে। এখানে  $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$  একক ভেক্টরগুলি মূলবিন্দুগামী পরস্পর লম্ব তিনটির সমান্তরাল।

- b) Determine a vector of magnitude 7 units perpendicular to both  $\vec{\alpha} = 3\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$  and  $\vec{\beta} = 2\hat{i} - 4\hat{j} + 3\hat{k}$ .

$\vec{\alpha} = 3\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$  এবং  $\vec{\beta} = 2\hat{i} - 4\hat{j} + 3\hat{k}$  ভেক্টরদুটির উপর লম্ব একটি ভেক্টর নির্ণয় করুন যার মাত্রা 7 একক।

- c) Three forces  $4\hat{i} - 6\hat{j} + 3\hat{k}$ ,  $3\hat{i} + 6\hat{j} - 9\hat{k}$  and  $-4\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$  are applied at the same point. Find the work done by their resultant when its point of application receives a displacement from the point  $A(2, -3, 5)$  to the point  $B(3, -2, -1)$ .

$4\hat{i} - 6\hat{j} + 3\hat{k}$ ,  $3\hat{i} + 6\hat{j} - 9\hat{k}$  এবং  $-4\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$  বল তিনটিকে একটি বিন্দুতে প্রয়োগ করা হয়। প্রয়োগ বিন্দুটির  $A(2, -3, 5)$  বিন্দু থেকে  $B(3, -2, -1)$  বিন্দুতে সরণ হয়। লব্ধি বলটির কৃতকার্যের পরিমাণ কত, নির্ণয় করুন।

10. Answer any three questions :

$3 \times 4 = 12$

যে কোন তিনটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

- a) If  $D, E, F$  be the midpoints of the sides  $BC, CA$  and  $AB$  respectively of the triangle  $ABC$  then show that  $\vec{AD} + \vec{BE} + \vec{CF} = \vec{0}$ .

যদি  $D, E, F$  যথাক্রমে  $ABC$  ত্রিভুজের তিনটি বাহু  $BC, CA$  ও  $AB$ -র মধ্যবিন্দু হয় তবে দেখান যে  $\vec{AD} + \vec{BE} + \vec{CF} = \vec{0}$ ।

- b) If the position vectors of the three points  $A, B, C$  be  $\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}, 2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$  and  $3\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$  respectively, find a vector perpendicular to the plane  $ABC$ .

যদি  $\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}, 2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$  এবং  $3\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$  যথাক্রমে  $A, B$  ও  $C$  বিন্দু তিনটির position vector হয় তবে  $ABC$  তলটির উপর লম্ব একটি ভেক্টর নির্ণয় করুন।

- c) Let  $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}, \vec{c} = \vec{j} - \vec{k}$  be two vectors. If the vector  $\vec{b}$  satisfies  $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c}$  and  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3$ , show that  $\vec{b} = \frac{5}{3}\vec{i} + \frac{2}{3}\vec{j} + \frac{2}{3}\vec{k}$ .

যদি  $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$  এবং  $\vec{c} = \vec{j} - \vec{k}$  ভেক্টর দুটি  $\vec{b}$  ভেক্টরের সঙ্গে,  $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c}$  এবং  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3$  সম্পর্কদুটি সিদ্ধ করে, তবে দেখান যে  $\vec{b} = \frac{5}{3}\vec{i} + \frac{2}{3}\vec{j} + \frac{2}{3}\vec{k}$

- d) Prove that  $(\vec{\alpha} \times \vec{\beta}) \times (\vec{\gamma} \times \vec{\delta}) = \vec{\beta} [\vec{\gamma} \cdot \vec{\delta} \vec{\alpha}] - \vec{\alpha} [\vec{\gamma} \cdot \vec{\delta} \vec{\beta}]$ . Hence prove that if  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}, \vec{\delta}$  are coplanar vectors,  $(\vec{\alpha} \times \vec{\beta}) \times (\vec{\gamma} \times \vec{\delta}) = \vec{0}$ .

প্রমাণ করুন যে  $(\vec{\alpha} \times \vec{\beta}) \times (\vec{\gamma} \times \vec{\delta}) = \vec{\beta} [\vec{\gamma} \cdot \vec{\delta} \vec{\alpha}] - \vec{\alpha} [\vec{\gamma} \cdot \vec{\delta} \vec{\beta}]$  এবং এর থেকে প্রমাণ করুন, যদি  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}, \vec{\delta}$  একই তলে অবস্থিত হয় তবে  $(\vec{\alpha} \times \vec{\beta}) \times (\vec{\gamma} \times \vec{\delta}) = \vec{0}$

- e) A force  $\vec{F} = (2, 2, 9)$  is applied at the point  $(4, 2, -3)$ . Find the value and the direction cosines of the moment of this force about the point  $Q(2, 4, 9)$ .

$\vec{F} = (2, 2, 9)$  বলটি  $(4, 2, -3)$  বিন্দুতে প্রয়োগ করা হল।  $Q(2, 4, 9)$  বিন্দুর সাপেক্ষে বলটির ভ্রামকের মান এবং direction cosine গুলি নির্ণয় করুন।



## Group - D

বিভাগ - ঘ

( Full Marks : 25 )

( পূর্ণমান : 25 )

Answer Question No. 11 and any two from the rest.

11 নং প্রশ্ন ও অন্য যে কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন।

11. a) Answer any one question :

1 × 2 =

যে কোন একটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

i) Find the domain and of the function  $\frac{|x-5|}{x-5}$ , where  $x$  is a real variable. $\frac{|x-5|}{x-5}$  অপেক্ষকটির সংজ্ঞার অঞ্চল এবং range set নির্ণয় করুন যেখানে  $x$  একটি বাস্তব চলরাশি।ii) Find  $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{x-2}$  if it exists. $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{x-2}$ -এর অস্তিত্ব আছে কি? থাকলে তার মান নির্ণয় করুন।iii) Find the length of the Cartesian sub-tangent of the curve  $y = e^{\frac{x}{2}}$ . $y = e^{\frac{x}{2}}$  বক্ররেখাটির কার্তেসীয় উপস্পর্শকের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন।

b) Answer any one question :

1 × 3 =

যে কোন একটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

i) If  $f(x, y) = \tan^{-1} \frac{y}{x} + \sin^{-1} \frac{y}{x}$ , find the value of  $x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y}$  at the point (1, 1). $f(x, y) = \tan^{-1} \frac{y}{x} + \sin^{-1} \frac{y}{x}$  হলে,  $x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y}$ -এর (1, 1) বিন্দুতে মান নির্ণয় করুন।

ii) Find  $y_{10}$  if  $y = \cos^3 x$ .

$y = \cos^3 x$  হলে  $y_{10}$ -এর মান নির্ণয় করুন।

iii) Show that the radius of curvature at any point on the curve  $s = a \log \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\psi}{2}\right)$  is  $a \sec \psi$

দেখান যে  $s = a \log \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\psi}{2}\right)$  বক্ররেখাটির যে কোন বিন্দুতে বক্রতা ব্যাসার্ধ  $a \sec \psi$

12. a) If  $y = (x^2 - 1)^n$ , then show that  $(x^2 - 1)y_{n+2} + 2xy_{n+1} - n(n+1)y_n = 0$ . 5

$y = (x^2 - 1)^n$  হলে দেখান যে  $(x^2 - 1)y_{n+2} + 2xy_{n+1} - n(n+1)y_n = 0$

b) i) Find the radius of curvature for the cycloid  $x = a(\theta - \sin \theta)$ ,  $y = a(1 - \cos \theta)$  at any point  $\theta$ . 3

$x = a(\theta - \sin \theta)$ ,  $y = a(1 - \cos \theta)$  cycloid-টির যে কোন  $\theta$  বিন্দুতে বক্রতা ব্যাসার্ধ নির্ণয় করুন।

ii) Find the radius of curvature of the curve  $x^3 + y^3 - 2x^2 + 6y = 0$  at the origin. 2

মূলবিন্দুতে  $x^3 + y^3 - 2x^2 + 6y = 0$  বক্ররেখাটির বক্রতা ব্যাসার্ধ নির্ণয় করুন।

13. a) Show that the pedal equation of the parabola  $y^2 = 4a(x + a)$  with respect to the origin is  $p^2 = ar$ . 5

দেখান যে মূলবিন্দুর সাপেক্ষে  $y^2 = 4a(x + a)$  অধিবৃত্তটির পাদ সমীকরণ  $p^2 = ar$  হবে।

b) For the function  $f(x)$  defined by

$$f(x) = 1, x < 0$$

$$= 1 + \sin x, 0 \leq x < \frac{\pi}{2}$$

$$= 2 + \left(\frac{\pi}{2} - x\right)^2, \frac{\pi}{2} \leq x$$

Prove that  $f(x)$  is derivable at  $x = \frac{\pi}{2}$  but not at  $x = 0$ .

3 + 2

$f(x)$  অপেক্ষকটি নিম্নরূপ সংজ্ঞায়িত :

$$f(x) = 1, x < 0$$

$$= 1 + \sin x, 0 \leq x < \frac{\pi}{2}$$

$$= 2 + \left(\frac{\pi}{2} - x\right)^2, \frac{\pi}{2} \leq x$$

প্রমাণ করুন যে  $x = \frac{\pi}{2}$  বিন্দুতে  $f(x)$  অপেক্ষকটি অন্তরকলনযোগ্য কিন্তু  $x = 0$  বিন্দুতে নয়।

14. a) If  $V = f(u)$  where  $u$  is a homogeneous function of degree  $n$  in  $x, y$  and  $z$ , show that  $x \frac{\partial v}{\partial x} + y \frac{\partial v}{\partial y} + z \frac{\partial v}{\partial z} = nu \frac{\partial v}{\partial u}$ .

$u, x, y$  এবং  $z$ -এর  $n$ -মাত্রার একটি সমমাত্রিক অপেক্ষক। যদি  $V = f(u)$  হয় তবে দেখান

$$x \frac{\partial v}{\partial x} + y \frac{\partial v}{\partial y} + z \frac{\partial v}{\partial z} = nu \frac{\partial v}{\partial u}$$

- b) If  $f(x, y) = xy \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}, (x, y) \neq (0, 0)$   
 $= 0, (x, y) = (0, 0)$

Show that  $f_{xy}(0, 0) \neq f_{yx}(0, 0)$

Which of the conditions of the Schwarz Theorem is not obeyed by the function  $f(x, y)$ ?

$$f(x, y) = xy \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}, (x, y) \neq (0, 0)$$

$$= 0, (x, y) = (0, 0) \text{ হলে}$$

দেখান যে  $f_{xy}(0, 0) \neq f_{yx}(0, 0)$

$f(x, y)$  অপেক্ষকটি Schwarz উপপাদ্যের কোন শর্তটি সিদ্ধ করে না ?

15. a) If  $f(x, y) = \frac{x^{\frac{5}{2}} + y^{\frac{5}{2}}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}$  then show that  $x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y} = 2f(x, y)$ . 2

$$f(x, y) = \frac{x^{\frac{5}{2}} + y^{\frac{5}{2}}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} \text{ হলে দেখান যে } x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y} = 2f(x, y)$$

b) If  $u = f(ax^2 + 2hxy + by^2)$ ,  $v = \phi(ax^2 + 2hxy + by^2)$ , then show that

$$\frac{\partial}{\partial y} \left( u \cdot \frac{\partial v}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( u \cdot \frac{\partial v}{\partial y} \right). \quad 4$$

$$u = f(ax^2 + 2hxy + by^2), v = \phi(ax^2 + 2hxy + by^2) \text{ হলে দেখান যে}$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left( u \cdot \frac{\partial v}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( u \cdot \frac{\partial v}{\partial y} \right)$$

c) If  $u = f\left(\frac{y}{x}\right)$ , show that  $x^2 u_{xx} + 2xy u_{xy} + y^2 u_{yy} = 0$ . 4

$$u = f\left(\frac{y}{x}\right) \text{ হলে দেখান যে } x^2 u_{xx} + 2xy u_{xy} + y^2 u_{yy} = 0$$

### Group - E

#### বিভাগ - ঙ

#### ( Integral Calculus )

( সমাকল গণিত )

( Full Marks : 10 )

( পূর্ণমান : 10 )

16. Answer any one question :

1 × 2 = 2

যে কোন একটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

a) Show that  $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \cos x \log_e \frac{1+x}{1-x} dx = 0$

দেখান যে,  $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \cos x \log_e \frac{1+x}{1-x} dx = 0$

b) Show that  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (a^2 \cos^2 x + b^2 \sin^2 x) dx = \frac{\pi}{4} (a^2 + b^2)$

দেখান যে,  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (a^2 \cos^2 x + b^2 \sin^2 x) dx = \frac{\pi}{4} (a^2 + b^2)$

- c) Find by integration the area of the triangle whose vertices are  $(1, 3)$ ,  $(0, 0)$  and  $(1, 0)$ .

সমাকলনের সাহায্যে, যে ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু  $(1, 3)$ ,  $(0, 0)$  এবং  $(1, 0)$  তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন।

17. Answer any two questions :

2 × 4 =

যে কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

a) Evaluate :  $\int e^x \frac{1 - \sin x}{1 - \cos x} dx$

মান নির্ণয় করুন :  $\int e^x \frac{1 - \sin x}{1 - \cos x} dx$

b) Evaluate :  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \frac{1}{n} + \frac{n^2}{(n+1)^3} + \frac{n^2}{(n+2)^3} + \dots + \frac{1}{8n} \right]$

মান নির্ণয় করুন :  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \frac{1}{n} + \frac{n^2}{(n+1)^3} + \frac{n^2}{(n+2)^3} + \dots + \frac{1}{8n} \right]$

c) Show that if  $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^n x dx$  then,  $I_n = \frac{1}{n-1} - I_{n-2}$ .

যদি  $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^n x \, dx$  হয় তবে দেখান যে  $I_n = \frac{1}{n-1} - I_{n-2}$

d) Evaluate :  $\int \frac{dx}{1+3e^x+2e^{2x}}$

মান নির্ণয় করুন :  $\int \frac{dx}{1+3e^x+2e^{2x}}$

### Group - F

### বিভাগ - চ

### ( Differential Equation )

( অবকল সমীকরণ )

( Full Marks : 10 )

( পূর্ণমান : 10 )

18. Answer any one question :

1 × 2 = 2

যে কোন একটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

a) Find the differential equation of all circles which passes through the origin and whose centres are on  $x$ -axis.

যে সমস্ত বৃত্ত মূলবিন্দুগামী এবং কেন্দ্র  $x$ -অক্ষের উপর অবস্থিত তাদের অবকল সমীকরণ নির্ণয় করুন।

b) Find the equation of the curve whose Cartesian subtangent is constant and passes through the point ( 1, 1 ).

যে বক্রের কার্ভেসীয় উপস্পর্শক ধ্রুবক এবং ( 1, 1 ) বিন্দুগামী তার সমীকরণ নির্ণয় করুন।

c) Solve :  $(x+y)(dx-dy) = dx+dy$

সমাধান করুন :  $(x+y)(dx-dy) = dx+dy$

19. Answer any two questions :

2 x 4

যে কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

a) Solve :  $x dy - y dx - 2\sqrt{x^2 - y^2} dx = 0$

সমাধান করুন :  $x dy - y dx - 2\sqrt{x^2 - y^2} dx = 0$

b) Solve :  $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} \log y = \frac{y}{x^2} (\log y)^2$

সমাধান করুন :  $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} \log y = \frac{y}{x^2} (\log y)^2$

c) Find the singular solution of the differential equation  $y = px + p - p^2$ ;  $p = \frac{dy}{dx}$

$y = px + p - p^2$ ;  $p = \frac{dy}{dx}$  এই অবকল সমীকরণটির singular সমাধান নির্ণয় করুন।

d) Solve :  $\frac{dy}{dx} = x^3 \cos^2 y - \frac{1}{x} \sin 2y$

সমাধান করুন :  $\frac{dy}{dx} = x^3 \cos^2 y - \frac{1}{x} \sin 2y$